
Índice

1	Campos escalares y vectoriales	7
1.1	Introducción	7
1.2	Campos escalares	7
1.3	Campos vectoriales	7
1.4	Representación gráfica de un campo vectorial	11
1.4.1	Ejemplos de campos vectoriales en \mathbb{R}^2	11
1.4.2	Ejemplos de campos vectoriales en \mathbb{R}^3	12
1.5	Campo gravitatorio	12
1.6	Actividades Sección 1	14
2	Divergencia y rotacional	19
2.1	Introducción	19
2.2	Gradiente de un campo escalar	19
2.3	Divergencia de un campo vectorial	21
2.4	Algunas propiedades de la divergencia	22
2.5	Rotacional de un campo vectorial	22
2.5.1	Rotacional para un campo en \mathbf{R}^2	23
2.6	Algunas propiedades del rotacional I	23
2.7	Algunas propiedades del rotacional II	24
2.8	Interpretación física	24
2.8.1	Interpretación física de la divergencia	24
2.8.2	Interpretación física del rotacional	25
2.9	Ecuaciones de Maxwell en el vacío	26
2.10	Relación entre las bases en coordenadas cartesianas y polares	27
2.11	Relación entre las bases de coordenadas cartesianas y cilíndricas	29

2.12	Gradiente, divergencia y rotacional en coordenadas cilíndricas	30
2.12.1	Gradiente en coordenadas cilíndricas	30
2.12.2	Divergencia en coordenadas cilíndricas	32
2.12.3	Rotacional en coordenadas cilíndricas	33
2.13	Relación entre las bases de coordenadas cartesianas y esféricas	34
2.14	Gradiente, divergencia y rotacional en coordenadas esféricas	35
2.14.1	Gradiente en coordenadas esféricas	36
2.14.2	Divergencia en coordenadas esféricas	36
2.14.3	Rotacional en coordenadas esféricas	36
2.15	Un operador de segundo orden: el laplaciano	38
2.16	Teorema de Helmholtz	39
2.17	Actividades Sección 2	40
3	Funciones vectoriales y curvas	45
3.1	Introducción	45
3.2	Funciones vectoriales y curvas	46
3.3	Gráfica de funciones vectoriales	47
3.3.1	Usando tabla de valores	47
3.3.2	Usando tecnología	48
3.4	Un primer ejemplo: la cicloide	49
3.5	Operaciones entre funciones vectoriales	50
3.6	Parametrizaciones: Ejemplos claves	50
3.6.1	Curva en el plano de ecuación $y = f(x)$	50
3.6.2	Recta y segmento en espacio	51
3.6.3	Circunferencia en un plano	52
3.6.4	Hélice	52
3.7	Actividades Sección 3	53
3.8	APÉNDICE: Ecuaciones paramétricas de algunas curvas	56
4	Límites, derivadas e integrales de FV	61
4.1	Límite y continuidad de Funciones vectoriales	61
4.2	Curvas orientadas	62
4.3	Derivada de una función vectorial	62
4.3.1	Reglas de derivación	63
4.4	Líneas de campo de un campo vectorial	64
4.4.1	Definición línea de campo	64
4.4.2	Algunas propiedades de las líneas de campo	66
4.5	Integral de una función vectorial	66
4.6	Tipos especiales de curvas	67
4.7	Cinemática vectorial: Movimiento de partículas en el espacio	68
4.7.1	Ejemplo clave sobre un movimiento en el espacio	69
4.7.2	Una aplicación clásica: Lanzamiento de un proyectil	70
4.7.3	Altura, tiempo de vuelo y alcance del proyectil	71

4.7.4	Lanzamiento del proyectil desde el punto (x_0, y_0)	72
4.8	Longitud de una curva	73
4.8.1	Ejemplo clave	74
4.9	Parametrización de una curva con respecto a su longitud de arco	75
4.10	Actividades Sección 4	76
5	Aplicación: Leyes de Kêpler	83
5.1	Introducción	83
5.2	Leyes de Kepler	83
5.3	Leyes de Newton	84
5.4	Demostración de la primera ley de Kepler	85
5.4.1	Parte 1: La órbita de cada planeta se encuentra en un plano.	86
5.4.2	Parte 2: La órbita de cada planeta es una elipse, con el sol en uno de sus focos	86
5.5	Demostración de la segunda ley de Kepler	89
5.6	Demostración de la tercera Ley de Kepler	90
6	Triedro de Frênet	91
6.1	Introducción	91
6.2	Curvatura de una curva	91
6.3	Vector tangente y plano normal	93
6.4	Los vectores normal y binormal	94
6.5	Torsión de una curva	95
6.6	Triedro de Frênet	96
6.7	Tres planos especiales	97
6.7.1	Plano normal	97
6.7.2	Plano osculador	98
6.7.3	Plano rectificante	98
6.8	Tres rectas especiales	99
6.9	Actividades Sección 6	100
7	Integral de línea I	103
7.1	Introducción	103
7.2	Trabajo realizado por un campo de fuerzas	103
7.2.1	Fuerza constante	103
7.2.2	Fuerza seccionalmente constante	104
7.2.3	Fuerza continuamente variable	105
7.3	Integral de línea para campos vectoriales	107
7.4	Diversas maneras de presentar una integral de línea de un campo vectorial (trabajo)	107
7.5	Propiedades de las integrales de línea	109
7.6	Integral de línea para campos escalares	110
7.7	Algunas aplicaciones a la física de la integral de línea de campos escalares	111
7.8	Actividades Sección 7	113

8	Integral de línea II	117
8.1	Introducción	117
8.2	Teorema fundamental para integrales de línea (TFIL)	118
8.3	Teorema: Criterio de las componentes para un campo conservativo	118
8.3.1	Método 1 para encontrar un potencial	119
8.3.2	Método 2 para encontrar una función potencial	120
8.3.3	Método 3 para encontrar una función potencial: Método de la integral de línea	121
8.3.4	Método 4 para encontrar un potencial de un campo vectorial conservativo . .	122
8.4	Campo vectorial de rotores	123
8.5	Un campo conservativo...¿qué conserva?	124
8.6	Actividades Sección 8	126
9	Teorema de Green	129
9.1	Introducción	129
9.2	Teorema de Green	130
9.3	Teorema de Green y áreas	137
9.4	Actividades Sección 9	139
10	Superficies paramétricas	141
10.1	Introducción	141
10.2	Representación paramétrica de superficies	141
10.3	Plano tangente a una superficie paramétrica	144
10.4	Area de una superficie paramétrica	145
10.5	Actividades Sección 10	146
10.6	APÉNDICE: Ecuaciones paramétricas de algunas superficies	147
11	Integrales de Superficie	151
11.1	Introducción	151
11.2	IdS de un campo escalar sobre una superficie definida paraméricamente	151
11.2.1	IdS de campo escalar sobre una superficie definida explícitamente	153
11.3	Superficies orientadas	153
11.4	Flujo de un campo vectorial	155
11.5	IdS de un campo vectorial sobre una superficie definida paraméricamente	155
11.6	Algunas aplicaciones de las integrales de superficie	157
11.7	Actividades Sección 11	158
12	Teorema de Gauss	161
12.1	Introducción	161
12.2	Primera forma vectorial del Teorema de Green	162
12.3	Teorema de Gauss	163
12.3.1	Comentarios sobre la fórmula (12.3), correspondiente al Teorema de Gauss .	163
12.4	Actividades Sección 12	165

13 Teorema de Stokes	169
13.1 Introducción	169
13.2 Segunda forma vectorial del Teorema de Green	170
13.3 Teorema de Stokes	171
13.3.1 Comentarios sobre la fórmula (13.6), correspondiente al Teorema de Stokes	171
13.4 Actividades Sección 13	178
13.5 APÉNDICE: Formulario Cálculo vectorial	180