

1. Considerar la siguiente función de dos variables:

$$z = f(x, y) = \frac{5x^2y}{x^2 + y^2}$$

a) Considerar la recta  $L_1 : y = -4x$  que pasa por el  $(0, 0)$ . Calcular

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y), \quad \text{con } (x, y) \in L_1$$

b) Con el resultado precedente, ¿qué se puede concluir con respecto al  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ?

c) Considerar la familia de todas las rectas que pasan por el origen,  $L_m : y = mx$ . Calcular

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y), \quad \text{con } (x, y) \in L_m$$

d) Con el resultado precedente, ¿qué se puede concluir con respecto al  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ?

e) Con *todos* los resultados anteriores, ¿qué se puede concluir con respecto al  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ ?

f) Finalmente, comprobar que, en este caso,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0$$

2. Verificar que  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{xy + x + y}$  no existe.

3. a) Comprobar que

$$-(x^2 + y^2)^{3/2} \leq x^3 \leq (x^2 + y^2)^{3/2} \quad (1)$$

b) Usando (a) verificar que

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2 + y^2} = 0$$

4. Indicar si el límite pedido existe, y en caso que exista calcular su valor.

a)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^4 + y^4}$ .

b)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2 + y^2}$ .

c)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y^2}{x^6 + y^4}$ .

d)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^4 + y^2}$ .