1. Calcular las derivadas parciales de primer orden de cada una de las siguientes funciones:

   a) $z = (3xy^3 + 2x^2y)^4$ b)$quad z = \sqrt{\dfrac{x+1}{y-1}}$ c) $z = x^2ye^{xy}$

   d) $f(x,y) = \dfrac{e^{5-2x}}{y^3}$ e) $f(x,y) = \dfrac{xy^2}{x^3y^2+1}$ f) $f(x,y) = ln\left(\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}\right)$

2. Sea $f(x,y) = \sqrt{10 - x^2 - 5y^2}$. Encontrar $f_x(1,0)$ y $f_y(1,0)$ e interpretar estos números, como pendientes.

3. Sea $z = f(x,y) = \dfrac{e^{xy}}{e^x + e^y}$. Probar que: $z_x + z_y = (x+y-1)z$.

4. Para cada una de las siguientes funciones, determinar la derivada parcial que se señala:

   $f(x,y) = x^2y^3 - 5x^4y^3; \quad f_{xxx}$ $f(x,y) = e^{x^2y^3}; \quad f_{xxy}$

   $f(x,y,z) = x^5 - 3x^3y^4z^4 + 2y^2z^3; \quad f_{xyz}$ $f(x,y,z) = e^{xyz}; \quad f_{yzy}$

   $z = xsen(y); \quad \dfrac{\partial^3 z}{\partial y \partial x^2}$ $u = ln(x + 2y^2 + 5z^3); \quad u_{xyz}$

5. Encontrar $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ y $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, y evaluar cada una de estas funciones en el punto (x_0, y_0, z_0) indicado, si z se define implícitamente como función de x e y, por medio de la ecuación:

   a) $x^2 + y^2 - z^2 = 2x(y+z); \quad (1,1,0)$ b) $\dfrac{xy}{y^2+z^2} = z; \quad (0,1,0)$

6. *a)* Sea $u = f(x,y) = sin(x-3y) + ln(x+3y)$. Calcular y simplificar la expresión: $u_{yy} - 9u_{xx}$.

   b) Si f y g son funciones de una sóla variable, dos veces diferenciable, demostrar que la función:
   $$u(x,t) = f(x+at) + g(x-at)$$
   satisface la ecuación de onda $u_{tt} = a^2u_{xx}$

7. Determinar, si es que existe, una función $z = f(x,y)$, tal que:
   $$f_x(x,y) = 8x - y + 5, \qquad f_y(x,y) = -x$$
   De existir una función que cumpla ambas condiciones, ¿es única?.

8. En economía, una función de producción es la llamada función de Cobb-Douglas, que se define: $P = c \cdot K^\alpha L^\beta$, tal que c, α y β son constantes positivas y $\alpha + \beta = 1$. Probar:

a) $\dfrac{\partial P}{\partial K} = \alpha \dfrac{P}{K}$ b) $\dfrac{\partial P}{\partial L} = \beta \dfrac{P}{L}$ c) $K\dfrac{\partial P}{\partial K} + L\dfrac{\partial P}{\partial L} = P$

Nota. $\dfrac{\partial P}{\partial K}$ y $\dfrac{\partial P}{\partial L}$ representan las productividades marginales con respecto a K y L, respectivamente.

9. La ganancia diaria que obtiene el dueño de un almacén, por la venta de dos marcas de jugos en caja, A y B, viene dada por la función:

$$G(x,y) = (x-30)(70-5x+4y) + (y-40)(80+6x-7y)$$

pesos, siendo x el precio cada caja de jugo marca A, e y el precio de cada caja de jugo marca B. Si actualmente vende cada caja marca A a \$50 y cada caja marca B a \$52, determinar la variación en la ganancia diaria del dueño del almacén, si aumenta en \$1 la caja de jugo de la segunda marca, manteniendo el mismo precio cada caja de jugo de la primera marca.

10. La producción diaria de una fábrica viene dada por la función de producción $P(K,L) = 33k^{0,46}L^{0,54}$ unidades, donde K representa la inversión de capital medida en unidades de US\$1000 y L el tamaño de la fuerza laboral, medido en horas-trabajador. Determinar la productividad marginal diaria, con respecto de la inversión de capital, y luego con respecto al tamaño de la fuerza laboral, cuando $K = US\$10000$ y $L = 160$ horas-trabajador.