1. Usando la defininción de diferenciabilidad comprobar que la función $f(x,y) = x^2 - xy + 2$ es diferenciable en todo el plano.

2. *a*) Recordar y escribir el teorema que relaciona la continuidad de las derivadas parciales y la diferenciabilidad de una función de dos variables.

   b) Usando este teorema vericar que es diferenciable en todo el plano la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3. *a*) Verificar que si $y = f(x)$ es una función definida implícitamente por $F(x,y) = 0$, donde F es una función diferenciable, entonces

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)}$$

   b) Usando este resultado hallar y' si $x \sin y + y \ln x = 1$

   c) Establecer un resultado similar a (a) para el caso de una función $z = f(x,y)$ definida implícitamente por $F(x,y,z) = 0$

4. Sea la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   Verificar que en $(0,0)$, f:

   a) no es continua.

   b) es derivable.

   c) no es diferenciable.

5. Si f es una función diferenciable, verificar que la función $z = f(bx - ay)$ satisface la ecuación $az_x + bz_y = 0$

6. Si $z = f(u,v)$ es una función diferenciable, verificar que si $u = x - y$ y $v = y - x$, entonces $z_x + z_y = 0$

7. Sean $u = 3xy - 4y^2$, $x = 2se^r$, $y = r^{-s}$. Calcular $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$ en 2 formas:

   a) Primero escribir u en términos de r y s, y luego derivar

   b) Usando la regla de la cadena