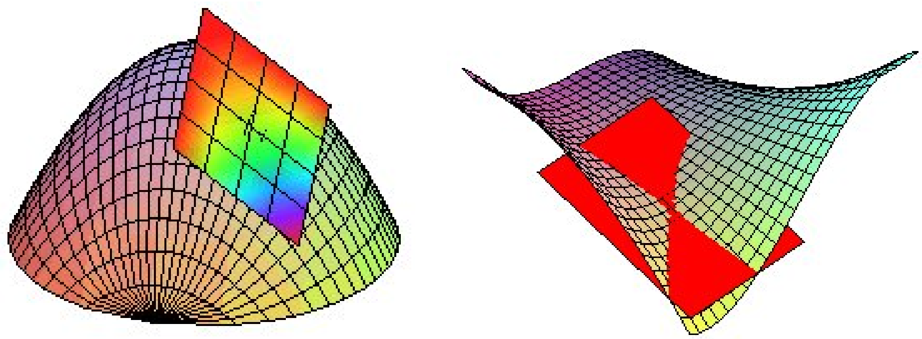
Prof. Claudio del Pino O.

1. © Planos tangentes a superficies.



Plano *tangente* a una superficie

Teorema: El plano tangente a la gráfica de una función diferenciable $z = f(x, y)$ en el punto (x_0, y_0, z_0) tiene como ecuación

$$\boxed{z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)}$$

Corolario: El plano tangente a la gráfica de de una función diferenciable $z = f(x, y)$ en el punto (x_0, y_0, z_0), definida implícitamente por la función diferenciable $F(x, y, z) = 0$ en el punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ tiene como ecuación:

$$\boxed{F_x(x_0, y_0, z_0)(x - x_0) + F_y(x_0, y_0, z_0)(y - y_0) + F_z(x_0, y_0, z_0)(z - z_0) = 0}$$

2. ✓ Es geométricamente evidente que todos los planos tangentes al cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ pasan por el origen. Demostrar esto usando las técnicas del Cálculo.

3. ✓ Encontrar todos los puntos de la superficie $z = g(x, y) = \frac{3}{4}y^2 + \frac{1}{24}y^3 - \frac{1}{32}y^4 - x^2$ donde el plano tangente es horizontal.

4. ✓ Hallar la ecuación del plano tangentes a la gráfica de la función $z = f(x, y) = x^2 + y^2$ en un punto genérico (x_0, y_0, z_0). ¿En qué punto(s) es el plano tangente paralelo al plano $x = z$?

5. © ¿Cuál es la ecuación paramétrica de la recta normal a la superficie $F(x, y, z) = 0$ en su punto (x_0, y_0, z_0)?

6. ✓ Determinar la distancia al origen de la recta normal al paraboloide de ecuación $z = 3x^2 + 4y^2$, en su punto $P_0(2, -\sqrt{3}, 24)$.