1. Estudiar los extremos de las siguientes funciones:

   a) $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

   b) $z = -x^4 - y^4 + 2x^2 - 4xy + 2y^2$

   c) $z = y + \dfrac{8}{x} + \dfrac{x}{y}$, con $x > 0$, $y > 0$

   Soluciones:

   (a) Mínimo en $(1, 0)$ igual a -1.

   (b) Máximo en $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ y en $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ igual a 8; en $(0, 0)$ no hay extremo.

   (c) Mínimo en $(4, 2)$ igual a 6.

2. Determinar el máximo y mínimo absoluto de la función $z = f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$, en la región $0 \leq x \leq 2$, $-1 \leq y \leq 2$.

   Solución: Máximo absoluto en $(2, -1)$ igual a 13. Mínimo absoluto en los puntos $(1, 1)$ y $(0, -1)$, igual a -1.

3. Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange hallar los extremos de la función $z = 6 - 4x - 3y$, con la condición de que las variables x e y cumplan la ecuación $x^2 + y^2 = 1$

   Solución: Máximo en $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5})$ igual a 11, mínimo en $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ igual a 1.

4. Maximizar $f(x, y, z) = xyz$, sujeto a las restricciones $x + y + z = 32$ y $y = x + z$.

   Solución: Máximo en $(8, 16, 8)$ igual a 1024.

5. Hallar el costo mínimo por la producción de 20000 unidades de un producto, siendo x el número de unidades de trabajo (a \$48 cada unidad) e y el número de unidades de capital (a \$36 cada unidad), donde la función de producción viene dada por la funcíon de Coob-Douglas $P = P(x, y) = 100x^{0{,}25}y^{0{,}75}$.

   Solución: Costo mínimo igual a \$13.576,45 para $x = 50\sqrt{2}$ e $y = 200\sqrt{2}$.

6. Una compañía fabrica un producto en dos factorías. Los costos de producción de x unidades en la primera e y unidades en la segunda vienen dados por: $C_1 = 0{,}05x^2 + 15x + 5400$, $C_2 = 0{,}03y^2 + 15y + 6100$. La función de ingresos totales es $R = (225 - 0{,}4(x+y))(x+y)$. Hallar los niveles de producción en las dos factorías que hacen máximo las ganancias.

   Solución: Nivel de producción en la primera factoría es de 94 unidades y en la segunda 157 unidades.