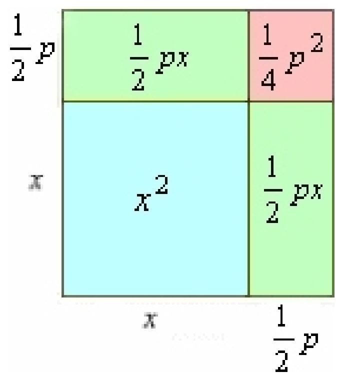
En esta sección se presenta un resumen del tema de ecuaciones cuadráticas, o ecuaciones de segundo grado, en una variable.



$$x^2 + px = S$$
$$x^2 + px + \frac{1}{4}p^2 = S + \frac{1}{4}p^2$$
$$x = ??$$

Definición. Una **ecuación cuadrática** en la variable x es una ecuación que puede ser escrita en la forma:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}, \quad \text{donde } a,\ b,\ c \text{ son constantes}, \quad a \neq 0.$$

Ejemplos de ec. cuadráticas en una variable, x:

$$x^2 - 4x + 3 = 0, \quad 3x^2 = 5x, \ 7x^2 - 2x = 5.$$

Observaciones. Dada una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$.

- Las constantes a, b y c se denominan **coeficientes** de la ecuación.
- Se considerarán *sólo* ecuaciones cuadráticas con *coeficientes reales*.
- Una **solución** o **raíz** de la ecuación es un número tal que al sustituir la x por dicho número, se satisface la igualdad.
- **Resolver** una ecuación cuadrática en $\mathbb{R}$, significa hallar todas las soluciones o raíces reales de la ecuación.
- El conjunto de todas las *soluciones reales* de la ecuación, denotado por S, será llamado **conjunto solución** de la ecuación.

$$S = \{x \in \mathbb{R} / ax^2 + bx + c = 0\}$$

- Una **ecuación cuadrática** con coeficientes reales puede tener a lo más dos soluciones reales.

Resolución de una ecuación cuadrática

Dada la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, con a, b y c constantes reales, $a \neq 0$.

Método 1. Por Factorización.

Si $ax^2 + bx + c = a(x - r)(x - s)$, donde r y s son constantes, entonces:

la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ es equivalente a:

$$a(x - r)(x - s) = 0$$

y las soluciones de la ecuación son: $x = r$, $x = s$.

Método 2. Fórmula cuadrática.

Las raíces de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ están dadas por la fórmula:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Observaciones.

1. Resolver una ecuación cuadrática por **Factorización** en muchos casos es muy efectivo, por ejemplo:

Ecuación	Ecuación equivalente	Soluciones
$x^2 - 4x + 3 = 0$	$(x - 3)(x - 1) = 0$	$x = 3,\ x = 1$
$3x^2 - 5x = 0$	$x(3x - 5) = 0$	$x = 0,\ x = 5/3$

2. Un método para resolver cualquier ecuación cuadrática es la **Fórmula Cuadrática**.

3. El número $\boxed{D = b^2 - 4ac}$ se llama **discriminante** de la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$.

Valor de la discriminante	Naturaleza de las raíces
$b^2 - 4ac > 0$	las dos raíces son reales y distintas
$b^2 - 4ac = 0$	las dos raíces son reales e iguales
$b^2 - 4ac < 0$	no tiene raíces reales

4. La fórmula cuadrática para resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se deriva de la **completación de cuadrado**, (ver ejercicio 7, de la sección Ejercicio resueltos).

5. Sean r y s las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$. Se tiene que:

suma de la raíces	$r + s = -\dfrac{b}{a}$
producto de la raíces	$r \cdot s = \dfrac{c}{a}$