

Tal como lo señala el matemático Halmos (Húngaro-norteamericano), el centro del trabajo en matemática es el planteamiento y resolución de problemas.

Existe una estrecha relación entre la resolución de problemas y la resolución de ecuaciones. Esta relación queda reflejada en el siguiente comentario de Isaac Newton (Matemático inglés, 1643-1727):



Isaac Newton

Para *resolver* un problema referente a números o de relaciones entre cantidades, basta traducir dicho problema del inglés, español u otra lengua al *idioma algebraico*, o sea, a *una ecuación*.

(Isaac Newton)

Uno de los principales atractivos de las ecuaciones es que ellas permiten resolver una gran cantidad y variedad de problemas, presentados generalmente de manera verbal. El paso clave en la solución de estos problemas, tal como lo decía Newton, está en la adecuada interpretación del enunciado a través de una ecuación. Este proceso recibe el nombre de *modelación* del problema.



Como es de suponer no existe una *receta mágica* que permita enfrentar con éxito todos los problemas, pero si existe una *secuencia de pasos a seguir*, que al menos permite en general, enfrentar de manera ordenada la resolución de un problema.

SECUENCIA A SEGUIR EN LA SOLUCION DE UN PROBLEMA

- | | |
|---------------|--|
| Paso 1 | ⇒ Leer lenta, cuidadosa y comprensivamente el enunciado. |
| Paso 2 | ⇒ Asignar variable(s). |
| Paso 3 | ⇒ Plantear la(s) ecuacion(es). |
| Paso 4 | ⇒ Resolver la(s) ecuacion(es). |
| Paso 5 | ⇒ Analizar solucion(es) de la ecuación en función del problema. |
| Paso 6 | ⇒ Verificar que la(s) solucion(es) propuestas resuelven el problema. |
| Paso 7 | ⇒ Dar la respuesta. |

Comentarios:

- En algunos problemas es de gran utilidad realizar un dibujo, esquema o diagrama de la situación planteada. En estos casos, la incógnita aparece explícita en el dibujo y de él se derivan relaciones que permiten la modelación buscada.
- En algunos problemas aparecen dos variables. Lo que sucede en estos casos es que ellos entregan antecedentes que permiten escribir una de las variables en término de la otra. De esta manera el problema en cuestión se reduce a una sola variable.

- Todos los pasos que se han sugerido seguir en la resolución de un problema son obviamente importantes. De ellos los claves son el primero (**Leer cuidadosamente el enunciado**) y el tercero (**Plantear la(s) ecuacion(es)**). El paso 7 (**Dar la respuesta**), este paso, por alguna razón normalmente suele olvidarse. Poner especial atención en ellos.

Nota: A continuación se entregan algunos ejemplos de problemas resueltos, en cuya solución se siguen los pasos recién señalados:

Ejemplo 1

Vida de Diofanto (Matemático Griego del siglo III A de C).

-Caminante! Aquí fueron sepultados los restos de Diofanto. Y los números pueden mostrar, oh, milagro!, cuán larga fue su vida, cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia. Había transcurrido además una duodécima parte de su vida, cuando de vello cubrióse su barbilla. Y la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril. Pasó un quinquenio más y le hizo dichoso el nacimiento de su precioso primogénito, que entregó su cuerpo, su hermosa existencia, a la tierra, que duró tan solo la mitad de la de su padre. Y con profunda pena descendió a la sepultura, habiendo sobrevivido cuatro años al deceso de su hijo. Dime, cuántos años había vivido Diofanto cuando le llegó la muerte.

Solución:

Paso 1: Leer cuidadosamente el enunciado.

Hágalo!

Paso 2: Asignar variable.

Sea $x =$ edad a la que murió Diofanto.

Paso 3: Plantear ecuación. Para llegar a la ecuación que modela este problema, sigamos el siguiente esquema:

En lenguaje común	En lenguaje algebraico
Caminate! Aquí fueron sepultados los restos de Diofanto. Y los números pueden mostrar, oh, milagro!, cuán larga fue su vida,	x
cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia.	$\frac{x}{6}$
Había transcurrido además una duodécima parte de su vida, cuando de vello cubrióse su barbilla.	$\frac{x}{12}$
Y la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.	$\frac{x}{7}$
Pasó un quinquenio más y le hizo dichoso el nacimiento de su precioso primogénito,	5
que entregó su cuerpo, su hermosa existencia, a la tierra, que duró tan solo la mitad de la de su padre.	$\frac{x}{2}$
Y con profunda pena descendió a la sepultura, habiendo sobrevivido cuatro años al deceso de su hijo.	4

Por lo tanto, la ecuación que modela este problema es:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

Paso 4: Resolver la ecuación.



Al hacerlo, se obtiene que $x = 84$.

Paso 5: Analizar la solución.

La solución de la ecuación entrega un valor *razonable*.

Paso 6: Verificación.

En este caso, es claro que la solución encontrada satisface las condiciones del problema.

Paso 6: Dar la respuesta.

Respuesta: Diofanto murió a la edad de 84 años.

Ejemplo 2

Un número excede al cuadrado más próximo en 29 unidades y es excedido por el siguiente cuadrado en 18 unidades. Determinar dicho número.

Solución:

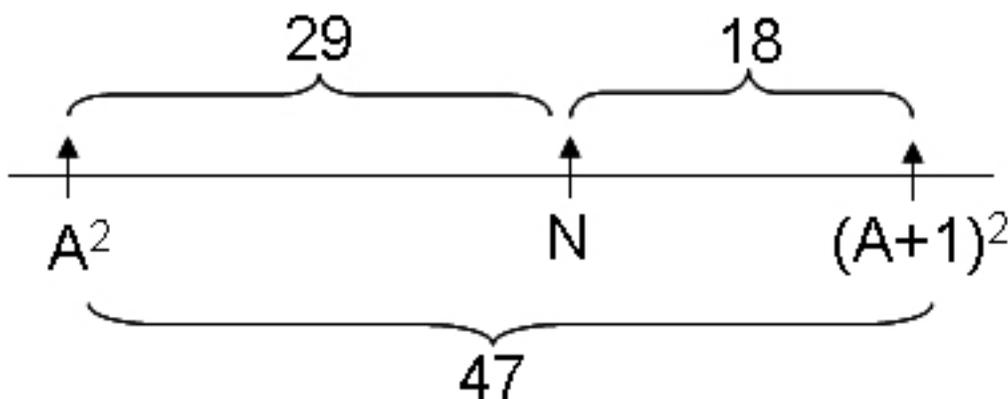
Paso 1: Leer cuidadosamente el enunciado.

Hágalo!

Paso 2: Asignar variable.

Sea N el número buscado.

Paso 3: Plantear ecuación. Para llegar a la ecuación que modela este problema, ordenemos la información entregada en el siguiente esquema:



donde A^2 y $(A + 1)^2$ representa los cuadrados entre los cuales se encuentra el número buscado N .

Luego, la ecuación que modela este problema es:

$$(A + 1)^2 - A^2 = 47$$

Paso 4: Resolver la ecuación.

Al hacerlo, se obtiene que $A = 23$.

Del esquema anterior $N = A^2 + 29$. Luego, $N = 23^2 + 29 = 558$

Paso 5: Analizar la solución.

La solución de la ecuación entrega un valor *razonable*.

Paso 6: Verificación.

En este caso, es claro que la solución encontrada satisface las condiciones del problema.

Paso 6: Dar la respuesta.

Respuesta: El número que satisface las condiciones del problema es el 558.