REVISAR PAUTA PARA EL ENVÍO DE TAREAS, AL FINAL DE LA HOJA

Considerar en el espacio:

- El campo vectorial $\overrightarrow{F}(x, y, z) = (\, y,\, x + z\cos(yz),\, y\cos(yz)\,)$
- La curva $C = C_1 + C_2$, donde
  - C_1 es la porción de la parábola $y = x^2$ en el plano XY, que va desde el origen al punto $(1, 1, 0)$, y
  - C_2 es el segmento de recta que va desde el punto $(1, 1, 0)$ al punto $(1, 1, 1)$

1. **[20 ptos.]** Parametrizar las curvas C_1 y C_2 y usando un software adecuado, graficar la curva C.

   Solución:

   - Parametrización de C_1:

   $$\overrightarrow{r}(t) = (t,\, t^2,\, 0), \qquad 0 \leq t \leq 1$$

   5 puntos

   - Parametrización de C_2:

   $$\overrightarrow{r}(t) = (1,\, 1,\, t), \qquad 0 \leq t \leq 1$$

   5 puntos

   - Gráfico de la curva C

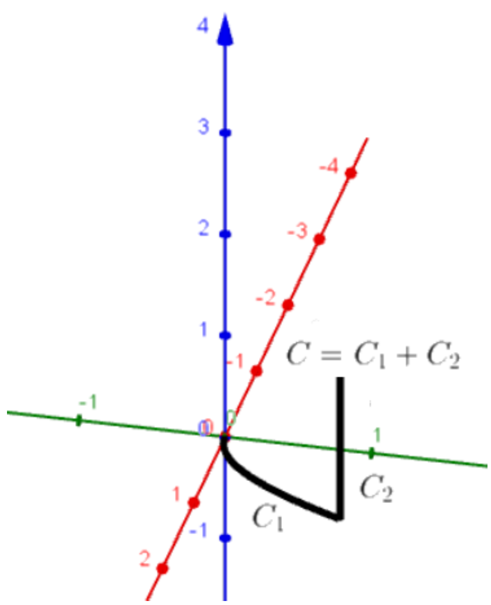

Gráfico de la curva $C = C_1 + C_2$

10 puntos

2. Calcular $\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$:

   a) **[20 ptos.]** Directamente (usando la definición)

   Solución:

   $$\int_{C_1} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \int_0^1 (t^2, t, t^2) \cdot (1, 2t, 0)dt = \int_0^1 (3t^2)dt = 1$$

   5 puntos

   $$\int_{C_2} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \int_0^1 (1, 1 + t\cos(t), \cos(t)) \cdot (0, 0, 1)dt = \int_0^1 (cos(t))dt = \sin(1) \approx 0{,}841$$

   5 puntos

   Por lo tanto:

   $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \int_{C_1} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} + \int_{C_2} \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = 1 + \sin(1) \approx 1{,}841$$

   10 puntos

   b) **[20 ptos.]** ***De ser posible***, usando el Teorema fundamental para integrales de línea.

   Solución:

   - $\overrightarrow{F}$ es conservativo, pues $rot(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{0}$

     5 puntos

   - Un potencial de $\overrightarrow{F}$ es

     $$\varphi(x, y, z) = xy + \sin(yz)$$

     5 puntos

   - Cálculo de la integral de línea usando el Teorema fundamental.

     $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \varphi(1, 1, 1) - \varphi(0, 0, 0) = 1 + \sin(1) \approx 1{,}841$$

     10 puntos