1. **(20 pts)** Calcular $(*)$, usando la definición de integral de línea, cuando C es la circunferencia $x^2 + y^2 = a^2$, sentido antihorario.

   Solución: Es claro que:

   - $\overrightarrow{r}(t) = (a\cos t,\, a\sin t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$, y
   - $\overrightarrow{r'}(t) = (-a\sin t,\, a\cos t)$

   Luego:

   $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \int_0^{2\pi} \overrightarrow{F}(\overrightarrow{r}(t)) \cdot \overrightarrow{r'}(t) dt = \int_0^{2\pi} \left[\frac{(-a\sin t)(-a\sin t)}{a^2} + \frac{(a\cos t)(a\cos t)}{a^2}\right] dt = \int_0^{2\pi} dt = 2\pi$$

   Por lo tanto:

   $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = 2\pi$$

---

2. **(20 pts)** Para la misma curva C, determinar en el siguiente desarrollo, en qué paso se comete un error:

   $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} \underbrace{=}_{Paso\ 1} \int\int_D rot(\overrightarrow{F}) \cdot \widehat{k}\, dA \underbrace{=}_{Paso\ 2} \int\int_D 0\, dA \underbrace{=}_{Paso\ 3} 0$$

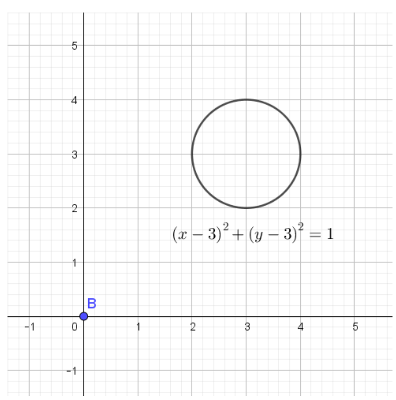
   Jusqtificar, detalladamente su respuesta.

   Solución: El error está en el paso (1). El Teorema de Green no es válido pués el campo vectorial $\overrightarrow{F}$ no tiene derivadas continuas al interior de C, específicamente en el punto $(0,0)$, ni siquiera está definido.

---

3. **(20 pts)** Calcular $(*)$, usando el Teorema De Green (de ser posible), cuando C es la circunferencia $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$, en sentido antihorario.

   Solución:

   En este caso, se puede aplicar el Teorema de Green, pués $\overrightarrow{F}$ tiene derivadas parciales continuas al interior de C (el origen esta *afuera* de C). Entonces:

   $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = \int\int_D rot(\overrightarrow{F}) \cdot \widehat{k}\, dA = \int\int_D 0\, dA = 0$$

   Por lo tanto:

   $$\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r} = 0$$