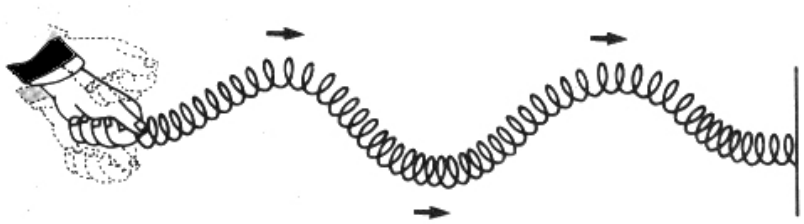


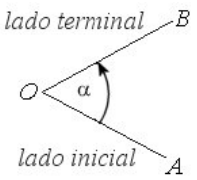
Temas: Ángulos. Sistema de medidas: sexagesimal, radianes.

1. Introducción

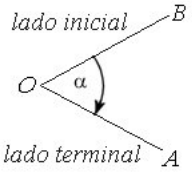
Esta sección contempla los requisitos previos básicos para ingresar al estudio de los modelos trigonométricos de la siguiente sesión de clases.

2. Ángulos

Un ángulo es la figura generada por la rotación de una semirrecta[1] en torno a su extremo, desde una posición inicial hasta una posición terminal. La posición inicial de la semirrecta se llama *lado inicial* del ángulo, la posición final se llama *lado terminal* del ángulo y el punto fijo en la rotación (extremo de la semirrecta) se llama *vértice* del ángulo.
Cuando la rotación del lado inicial es en sentido contrario a las manecillas de un reloj, se dice que el ángulo es *positivo*. Cuando la rotación es en el sentido de las manecillas de un reloj, el ángulo es *negativo*.



Ángulo positivo



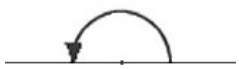
Ángulo negativo

2.1. Medidas de ángulos

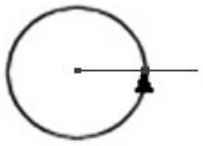
Para medir ángulos se usan las unidades de: *grados* (sexagesimales) y *radianes*.

2.1.1. Grados sexagesimales

Ángulo recto (90°)



Ángulo extendido (180°)



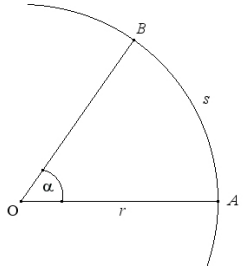
Ángulo completo (360°)

[1] Una semirrecta es la parte de una recta situada a un lado de un punto fijo de ella.

El ángulo completo (lado inicial coincide con el lado terminal, y el lado terminal ha rotado una sola vez) mide 360°. De aquí, un ángulo extendido mide 180° y un ángulo recto corresponde a 90°.
Como se sabe, un grado equivale a 60 minutos, lo que se anota: $1 = 60'$ y cada minuto a 60 segundos, lo que se anota: $1' = 60''$

2.1.2. Radianes

La medición de un ángulo en radianes se realiza de la siguiente manera: Sea α un ángulo AOB



Sea s la longitud del arco subtendido por una circunferencia centrada en O y de radio r, entonces:

$$\text{Medida de } \alpha \text{ (en radianes)} = \frac{s}{r}$$

Lo que se anota:

$$\alpha = \frac{s}{r}\ rad$$

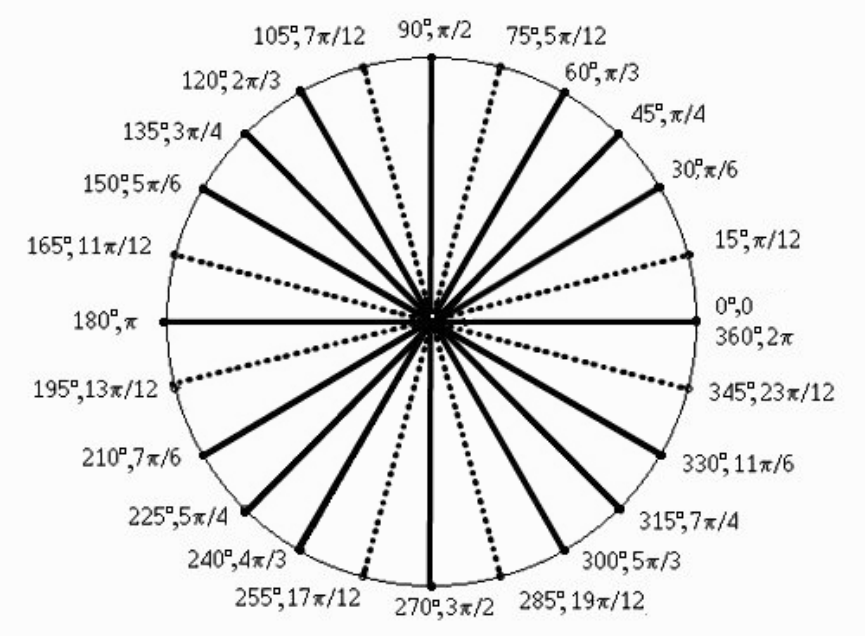
Un radián es el tamaño del ángulo central de una circunferencia que intersecta un arco de la misma longitud del radio de la circunferencia.
Así, el ángulo recto mide $\frac{\pi}{2}\ rad$, es decir, $90 = \frac{\pi}{2}\ rad = \frac{\pi}{2}$

Ángulo recto ($\pi/2$)

Ángulo extendido (π)

Ángulo completo (2π)

2.2. Relación entre las medidas de ángulos en grados (sexagesimales) y radianes.



- $\dfrac{\textit{Angulo en Grados}}{180^\circ} = \dfrac{\textit{Angulo en Radianes}}{\pi}$.
- 1 radian $= \dfrac{180^\circ}{\pi} \approx 57{,}296^\circ = 57^\circ 17' 45''$.
- 1 grado $= \dfrac{\pi}{180^\circ}$ rad $\approx 0{,}017453$ radianes.

En base a lo precedente se pueden establecer reglas para transformar ángulos medidos en grados a radianes y viceversa:

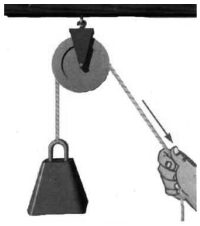
- $\alpha^\circ = \left(\alpha \cdot \dfrac{\pi}{180}\right) rad$
- $\alpha\, rad = \left(\alpha \cdot \dfrac{180}{\pi}\right)^\circ$

Observación: En general cuando un ángulo está medido en radianes, esta unidad no se indica. Por ejemplo, $3\, rad = 3$, $\pi\, rad = \pi$, etc.

3. Actividades

1. Usando una calculadora científica básica (CCB):
   a) Expresar el ángulo $\alpha = 20^\circ 20' 20''$ en radianes.
   b) Dados $\alpha = 25^\circ 30'$ y $\beta = 38^\circ 45' 43''$, calcular: *i*) $\alpha + \beta$ *ii*)$2\alpha - 3\beta$ *iii*) Complemento de β

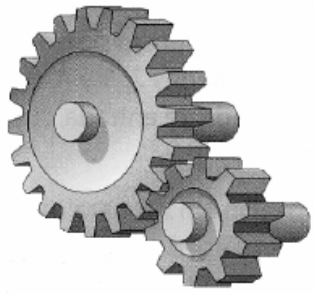
2. La rueda delantera de una bicicleta tiene un diámetro de 40cm y la trasera 60cm. ¿Qué ángulo en radianes gira la rueda delantera, si la trasera gira 8 radianes?



3. ¿Cuántos radianes gira una polea de 10cm de diámetro cuando un cable de 10m se mueve sin resbalar.
4. Nuestro planeta gira alrededor de su eje una vez cada 23 horas, 56 minutos y 4 segundos. Calcular el número de radianes que la Tierra gira en un segundo.
5. El péndulo del reloj mide 1,2 metros de largo y se mueve en ambos sentidos a lo largo de un arco de 1,8 metros. Calcular el ángulo (en grados) por los que pasa el péndulo durante un movimiento.

4. Desafío

En el siguiente sistema de engranajes cuando la rueda grande gira 90°, ¿en qué ángulo gira la más pequeña?



Sistema de engranaje