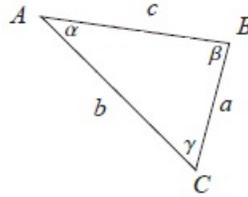


Teorema de los Senos

En un triángulo de lados a, b, c y ángulos opuestos α, β y γ , respectivamente, se tiene:

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$



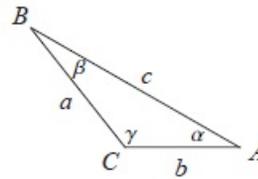
Teorema de los Cosenos

En un triángulo de lados a, b, c y ángulos opuestos α, β y γ , respectivamente, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble del producto de estos dos lados por el coseno del ángulo que forman. Esto es:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$$

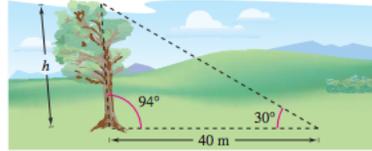


Medida de ángulos

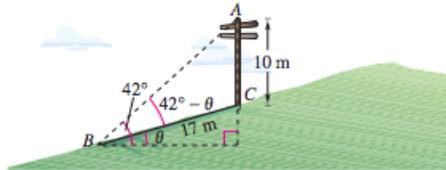
Los ángulos se miden en grados, minutos y segundos sexagesimales. El grado sexagesimal es el ángulo que se obtiene al dividir la circunferencia en 360 partes iguales. Un grado sexagesimal tiene 60 minutos: $1^\circ = 60'$ y un minuto sexagesimal tiene 60 segundos: $1' = 60''$. **Uso calculadora** Por ejemplo, para introducir el ángulo $90^\circ 45' 53''$ tecleamos lo siguiente: 90 $^\circ$ $'$ $''$ 45 $^\circ$ $'$ $''$ 53 $^\circ$ $'$ $''$ y aparece en pantalla 90.76472222 . Pulsando SHIFT $^\circ$ $'$ $''$ obtenemos $90^\circ 45' 53''$.

Problemas

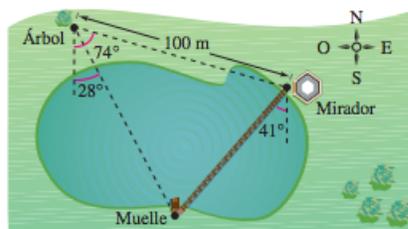
- Debido a los vientos prevalecientes, un árbol creció de modo que se estaba inclinando 4° respecto a la vertical. En un punto a 40 metros del árbol, el ángulo de elevación a lo alto del árbol es 30° (vea figura). Encuentre la altura h del árbol.



- Un poste de 10 metros de una red eléctrica proyecta una sombra de 17 metros directamente hacia abajo de una pendiente, cuando el ángulo de elevación del Sol es 42° (vea figura). Encuentre el ángulo de elevación del suelo.



- Se ha de construir un puente que cruce un pequeño lago desde un mirador a un muelle (vea figura). El rumbo del mirador al muelle es $S41^\circ O$. Desde un árbol que está a 100 metros del mirador, los rumbos al mirador y al muelle son $S74^\circ E$ y $S28^\circ E$ respectivamente. Encuentre la distancia del mirador al muelle.



- Un cohete es disparado al nivel del mar y sube en un ángulo de 75° hasta una distancia de 10000 pies. Calcular la altitud del cohete. (Resp. 9659 pies aprox.)
- Un constructor desea construir una rampa de 24 pies de largo que se levanta a una altura de 5 pies sobre el nivel del suelo. Calcular el ángulo de la rampa con la horizontal.
- Un barco sale de puerto a la 1:00 p.m. y navega en dirección $N34^\circ O$ a razón de 24 millas por hora. Otra nave sale de puerto a la 1:30 p.m. y navega en dirección $N56^\circ E$ a 18 millas por hora. ¿A qué distancia se encuentran a las 3:00 p.m.? (Resp. 55 millas aprox.) ¿Cuál es el rumbo del primer barco al segundo? (Resp. $S63^\circ E$ aprox.)
- Para hallar la distancia entre dos puntos A y B en las márgenes opuestas de un río, un agrimensor traza un segmento de recta AC de 240 yardas de longitud junto a una de las márgenes, y determina que las medidas de $\angle BAC$ y $\angle ACB$ son $63^\circ 20'$ y $54^\circ 10'$, respectivamente. Calcular la distancia entre A y B . (Resp. 219 yardas aprox.)

8. Un guardabosques ubicado en un punto de observación A avista un incendio en dirección $N27^\circ 10' E$. Otro guardabosques, que está en un punto de observación B a 6 millas directamente al este de A , advierte el mismo incendio en $N52^\circ 40' O$. Calcular la distancia de cada punto de observación al incendio. (Resp. 3.7 millas de A y 5.4 millas de B aprox.)
9. Dos automóviles salen de una ciudad al mismo tiempo y circulan en carreteras rectas que difieren 84° en direcciones. Si viajan a 60 y 45 millas por hora, respectivamente, ¿a qué distancias aproximadamente se hallarán uno del otro al cabo de 20 minutos? (Resp. 24 millas aprox.)
10. Un trotador corre a una velocidad constante de una milla cada 8 minutos en dirección $S40^\circ E$ durante 20 minutos y luego en dirección $N20^\circ E$ durante los siguientes 16 minutos. Calcular la distancia desde el punto final al punto de partida de la pista? (Resp. 2.3 millas aprox.)
11. Dos torres vigía están situadas en las cumbres de las montañas A y B , a 4 millas de distancia. Un equipo de bomberos en helicóptero está en un valle en el punto C , a 3 millas de A y a 2 millas de B . Usando la línea entre A y B como referencia, un vigía ve un incendio en un ángulo de 40° de la torre A , y a 82° de la torre B . Véase la FIGURA. ¿A qué ángulo θ , medido a partir de CA , debe volar el helicóptero para dirigirse hacia el incendio?

