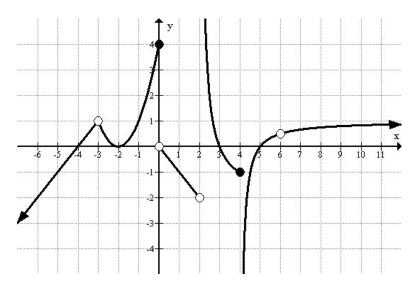
Cálculo I. Guía: Continuidad

1. Considerar la función y = f(x) cuyo gráfico es:



Determinar todos sus puntos de discontinuidad. Establecer si dichas discontinuidades son reparables o no.

2. Considerar la función

$$y = f(u) = \begin{cases} u^2 & \text{si } u \leq -2\\ au + b^2 & \text{si } -2 < u < 2\\ 2u - 5 & \text{si } u \geqslant 2 \end{cases}$$

Determinar, en caso que existan, los valores de las constantes a y b de modo que f sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

3. Considerar la función

$$y = f(t) = \begin{cases} a + bt & \text{si } t > 2\\ 3 & \text{si } t = 2\\ b - at^2 & \text{si } t = 1\\ t + 1 & \text{si } t < 2 \end{cases}$$

Determinar, en caso que existan, los valores de las constantes a y b de modo que f sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

4. Considerar la siguiente función definida por tramos:

$$y = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0\\ \frac{1}{ax+b} & \text{si } 0 \leq x \leq 1\\ -6b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determinar los valores de los parámetros a y b de modo que f sea continua en el mayor subconjunto posible de  $\mathbb{R}$ . Graficar la función obtenida.

5. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones. Clasificar los puntos de discontinuidad.

$$a)y = f_1(x) = \frac{3-x}{3-\sqrt{x^2-9}}$$
  $b)y = f_2(x)\frac{x+2}{x^3-8}$   $c)y = f_3(x) = \frac{3-\sqrt{x-5}}{x-4}$ 

$$d)y = f_4(t) = \frac{\tan t}{t^2 + 1} \qquad e)y = f_5(x) = \frac{\cos x}{1 - \cos x} \quad f)y = f_6(x) = \frac{x^4 + 5x - 3}{2 - \sqrt{x^2 + 4}}$$

$$g(y) = f_7(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$$
  $h(y) = f_8(z) = \frac{\tan(2z)}{z}$   $i(y) = f(w) = |w - w^3|$ 

- 6. Trazar la gráfica de **una** función y = f(x) definida en  $\mathbb{R}$  que cumpla *simultáneamente* cada una de las siguientes condiciones:
  - a) Tenga una discontinuidad reparable en x = -5
  - b) Tenga una discontinuidad irreparable en x = -3
  - c) No sea continua en x=0
  - d) Sea discontinua en x = 0
  - e) Exista finito  $\lim_{x\to 0} f(x)$
  - f) Sea discontinua en x=2
  - g) No exista  $\lim_{x\to 2} f(x)$
- 7. Dar un ejemplo de una función (indicando su fórmula), para *cada uno* de los siguientes requerimientos:
  - a) Sea continua en  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$
  - b) Sea discontinua en un conjunto infinito.
  - c) Tenga dominio [0,1] y sea discontinua en un conjunto infinito.
  - d) Sea discontinua en todo  $\mathbb{R}$ .