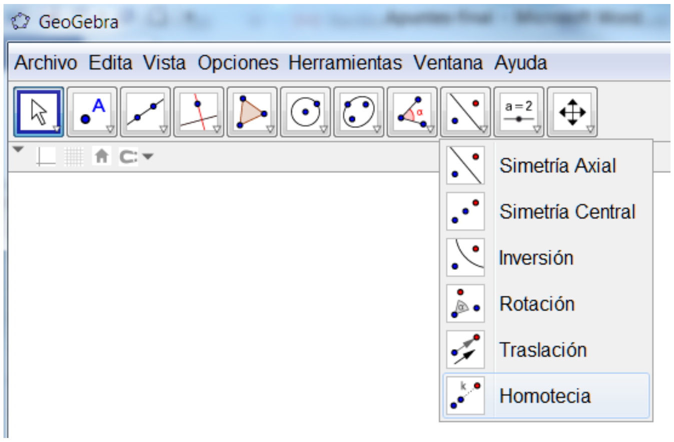
Transformaciones geométricas con Geogebra

Una **transformación geométrica** T del plano es una función del plano en sí mismo, es decir, a cada punto P le hace corresponder un único punto T(P)=P' del mismo plano.

- P' = T(P) es la imagen de P por la transformación T. P' y P se dicen puntos homólogos respecto de T.

- Sea F una figura (conjunto de puntos). T(F) es el conjunto de todos los puntos T(P) tales que P es punto de la figura F.

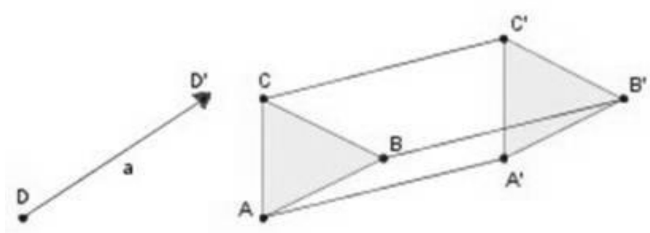
Menú Transformaciones en GGB

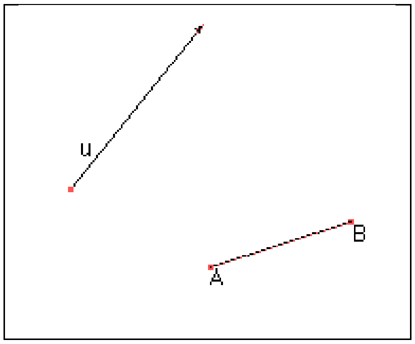


Nota. Las transformaciones geométricas: traslaciones, reflexiones, rotaciones, la simetría respecto de un punto pertenecen a una clase especial de transformaciones geométricas del plano, llamadas *Isometrías* o *movimientos rígidos* del plano.

Isometrías en GGB

Traslación



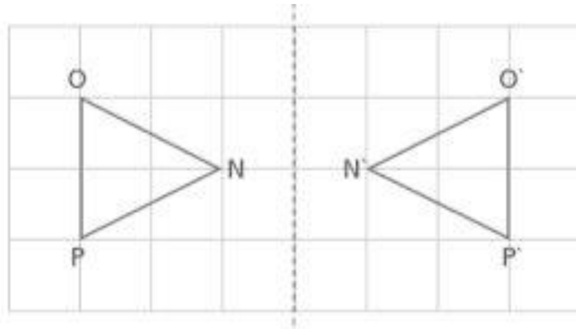


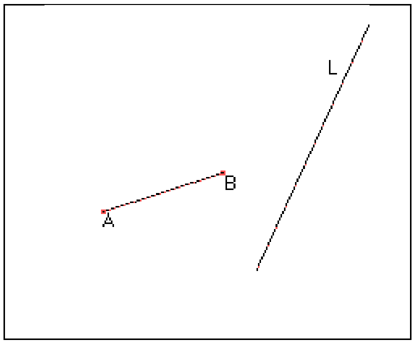
Dado un vector **u** (segmento dirigido), que determina la traslación T_u .
Crear un segmento de recta AB

- Menú [**Transformaciones**]-[**Traslación**]

Haciendo clic en el punto A, se obtiene T_u (A).
Haciendo clic en el segmento AB, se obtiene T_u (AB), que es un segmento de recta congruente con AB.

Reflexión, o simetría axial, o simetría ortogonal





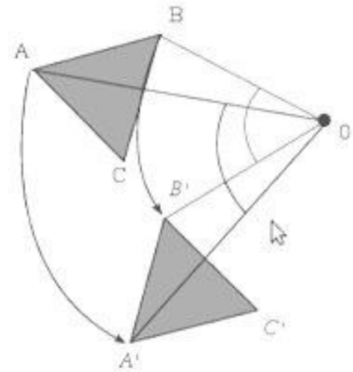
Dada una recta L (que determinar S_L)
Crear un segmento AB.

- Menú [**Transformaciones**]-[**Simetría axial**]

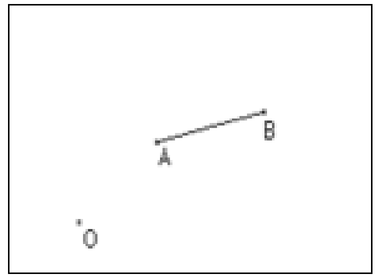
Haciendo clic en el punto A, se obtiene S_L (A), la reflexión del punto A con respecto a la recta L (eje de simetría).

Haciendo clic en el segmento AB, se obtiene S_F (AB).

Rotación



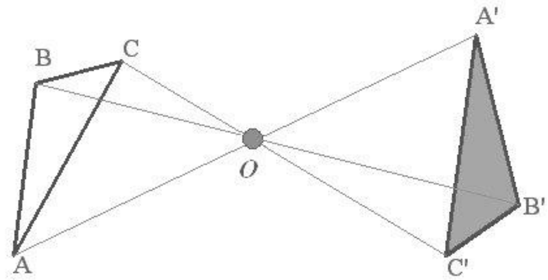
Construir un ángulo α. Crear un punto O (centro de la rotación). Construir un segmento AB.



- Menú [**Transformaciones**]-[**Rotación**]

Aplicando el comando rotación obtener R_α (AB), la rotación del segmento AB en un ángulo α en torno a O.

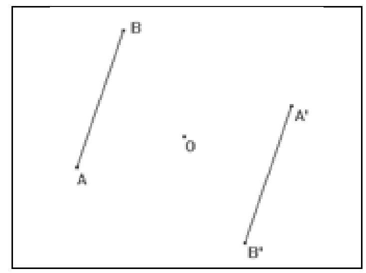
Simetría (puntual)



Crear un punto O, centro de simetría.
Construir un segmento de recta AB.

- Menú [**Transformaciones**]-[**Simetría central]**

Aplicando el comando simetría central, obtener el simétrico de AB con respecto a O.



Actividades

Actividad 1. Composición de traslaciones

Para iniciar esta actividad generar una escena nueva en GGB y en ella construir: cuadrilátero ABCD y dos vectores u y v (o bien, abrir el archivo actividad1.ggb)

Usando la herramienta traslación:

- Construir la imagen A'B'C'D' del cuadrilátero ABCD por la traslación u.
- Construir la imagen A''B''C''D'' del cuadrilátero A'B'C'D' por la traslación v.

Se puede desplazar los puntos A,B,C,D y los extremos de cada vector.

1. Modificar la dirección o sentido o magnitud de los vectores dados, para visualizar el rol de cada uno.
2. Ocultar el cuadrilátero A'B'C'D'. Construir los segmentos AA'', BB'', CC'' y DD''. ¿Qué puede decir de estos segmentos?
3. ¿Cuál es la isometría que transforma *directamente* ABCD en A''B''C''D''?. Describirla.
4. Establecer una conclusión derivada de esta actividad.

Actividad 2. Composición de reflexiones (o simetrías axiales).

Abrir el archivo reflexion.ggb La figura muestra:

- un polígono **F**=ABCDE y las rectas L1 | | L2, y la recta X, perpendicular L1

Las rectas determinan las reflexiones con ejes L1, L2 y X respectivamente, que serán denotadas con las mismas letras.

1. Sin usar la herramienta [**Simetría Axial]** y apoyándose en la grilla, construir F1=L1(**F**) y F2= X(L1(**F**)).

2. Usar la herramienta [**Simetría Axial**] para verificar (1). ¿Existe una isometría que transforme directamente F1 en F2?.

3. Construir G1= L2(L1(F)). Determinar si es que existe, una isometría que transforme directamente F en G1.

Actividad 3. Aplicando rotaciones.

Abrir la figura rotacion.ggb. La figura muestra:

- un triángulo ABC, un punto O y el número a que representa la medida de un ángulo en grados. Sea R la rotación en el ángulo a, de centro O.
- un triángulo DEF, que se usará en el ítem 4.

1. Construir el triángulo A'B'C', imagen de ABC por la rotación R de centro O, en el ángulo α.
   a. Verificar que los triángulos ABC y A'B'C' son congruentes.
   b. ¿Cuál es la medida del ángulo AOA'?, y del ángulo BOB'?

2. Ocultar el centro O.
   Sabiendo que A'B'C' es la imagen de ABC por la rotación R en un cierto ángulo, en torno a un punto, construir geométricamente el centro de la rotación.

3. Sea F1=A'B'C' = R(ABC). Construir F2=R(F1). Describir una isometría que transforme directamente ABC en F2.

4. Sabiendo que el triángulo DEF es la imagen de F2 por una rotación, determinar su centro y ángulo de rotación.

5. ¿Existe una rotación R' que transforma el triángulo ABC en el triángulo DEF?[1].

6. ¿Qué conclusiones puede sacar de esta actividad?

[1] La respuesta la puede buscar en http://www.acorral.es/compoiso.htm

Actividad 4. Componiendo simetrías

- Crear en la ventana de *Geogebra*: dos puntos O y E y un triángulo ABC.

1. Construir la imagen F' simétrica del triángulo ABC con respecto al punto O.
   Construir la imagen F'' simétrica de F' con respecto al punto E.
2. Cuando O y E son puntos distintos, verificar que existe una isometría que transforma directamente F en F''. Precisar la isometría.

Desafío. Abrir el archivo desafio1.fig. La figura muestra un triángulo ABC y un punto P, y los puntos S_1, S_2, S_3 y M, donde:

S_1 = simétrico de P con respecto a A, S_2 = simétrico de S_1 con respecto a B

S_3 = simétrico de S_2 con respecto a C, M = punto medio de PS_3

Desplazar el punto P, y anotar sus observaciones.

Identificar el punto M.

Actividad 5. Descubriendo isometrías

Abrir el archivo transf-isom.ggb.

El archivo presenta un conjunto de figuras congruentes a F, dispuestas en una grilla.

a) Determinar, si es que existe, una isometría que transforme F en F1, una isometría que transforma F en F2, etc.

Completar la tabla:

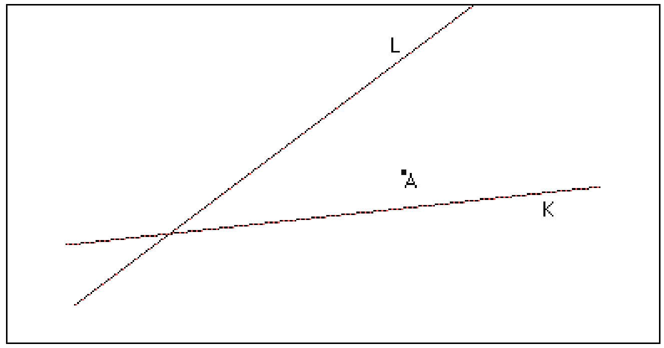
	Isometría(s)
F → F1	
F → F2	
F → F3	
F → F4	
F → F5	

b) Realizar una actividad similar a la anterior, considerando como figura de referencia a F3.

Actividad 6. Un problema

Sean L y K dos rectas y sea A un punto (ver figura).

Construir un punto D en la recta L y un punto E en la recta K tal que el punto A sea punto medio del segmento DE



1. **Exploración con Geogebra.**
   a) Construir un punto Q, cualquiera, en la recta L
   b) Construir el punto Q' tal que A sea punto medio del segmento QQ'. Describir la construcción.
   c) Desplazar el punto Q en la recta L. Observar la figura que describe Q'. ¿Existe una posición(es) de Q en la recta L tal que su correspondiente Q' se encuentre en la recta K ?
   d) En base a la exploración realizada, identificar una isometría que permite resolver el problema.

2. **Construcción**
   Resolver el problema y discutir la construcción.

Referencias

1. Alsina, C., Trillas, E. [1984]. *Lecciones de Algebra y Geometría*. Editorial Gustavo Gill, S.A.
2. Clemens, et all. [1998]. *Geometría*. Addison Wesley L.
3. García J., Bertran, C. [1988]. *Geometría y experiencias*. Addison Wesley.
4. Schuman, H; Green, D. *Discovering Geometry with a Computer*. Chartwell-Bratt. 1994.