1. Sean $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 5 & -6 & 7 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $E = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \\ -5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Calcular, si es posible:

   a) $E + C$; $C \cdot B + D$; $A \cdot B$; $B \cdot A$

   b) $A^t D$

   c) $A \cdot (B \cdot D)$; $(A \cdot B) \cdot D$; $A \cdot (C + E)$

2. Determinar los valores de x, y, z tal que:

$$\begin{pmatrix} x+1 & -2 \\ 4x+y & z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & -x+z \\ x-3y-z & x+z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$. Calcular: A^2, A^3.

4. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Encuentre explicitamente A^n con $n \in \mathbb{N}$.

5. Una matriz en $A \in \mathcal{M}_{n\times n}$, se dice **idempotente** si y solo si $A^2 = A$

   a) Pruebe que la matriz $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ es idempotente.

   b) Demuestre que si A es idempotente entonces $B = I_n - A$ es idempotente y $AB = BA = 0$

6. Si A, B son matrices invertibles de orden n, demuestre que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

7. Determine si las siguientes matrices son invertibles o no, usando operaciones elementales. Diga cual es la inversa en caso de que la tenga

   a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

   b) $\begin{pmatrix} a & a \\ b & b \end{pmatrix}$

   c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

   d) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

   f) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

8. Sea $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$, definida por:

$$A = \begin{cases} 3^i & \text{si } i < j \\ \\ i^j & \text{si } i \geq j \end{cases}$$

Sean $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ y $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Encuentre la matriz X en la ecuación:

$$\boxed{(A^{-1}X^t)^t + (B^t)^{-1} = D - XC}$$

9. Resuelva los siguientes sistemas usando eliminación Gaussiana y eliminación de Gauss-Jordan.

a) $\begin{cases} x + 2y - z &= 4 \\ 3x + 4y - 2z &= 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y + z + w &= 2 \\ 3x + 2z - 2w &= -8 \\ 4y - z - w &= 1 \\ 5x + 3z - w &= -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y &= 4 \\ 2x - 3y &= 7 \\ 3x - 2y &= 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y - z &= 0 \\ 4x - y + 5z &= 0 \\ 6x + y + 3z &= 0 \end{cases}$

10. Sean $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & a+2 & b \\ 2 & a+4 & ab+b \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 \\ a+1 \\ a^2+2 \end{bmatrix}$

a) Para $a = 1$, $b = 0$. Determinar la matriz C, si existe, tal que $(A^2 - B \cdot B^t) \cdot C = I_3$.

b) Determinar los valores de a y b, si existen, tal que el sistema $A \cdot X = B$ tenga solución única.

11. Resolver el siguiente SEL para $k = -1$, luego para $k = 2$ y $k = -2$:

$$\begin{array}{r|} 4x - ky = 6 \\ kx + y = 3 \\ \hline \end{array}$$

Analizar los valores de k tal que:

a) Consistente con solución única.

b) Consistente con infinitas soluciones.

c) Inconsistente

12. Para cada SEL:

a) $\begin{array}{r|} x + y + z = 6 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \\ 2x + 3y + (k^2 - 1)z = k + 1 \\ \hline \end{array}$ *b)* $\begin{array}{r|} 2x + y + z = 1 \\ x + ky + kz = 2k \\ x + ky - kz = k \\ \hline \end{array}$ *c)* $\begin{array}{r|} x + y + kz + kt = 2k \\ x + 2y + z = 4 \\ 2x + 2y + z + t = 1 \\ x + y + kz - kt = k \\ \hline \end{array}$

I) determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$, si es que existen, tal que el SEL sea:
a) consistente con solución única; b) consistente con infinitas soluciones, c) inconsistente

II) Resolver cada SEL, para $k = 1$