1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

   a) Comprobar que la matriz $A - BC$ es invertible y encontrar su inversa, usando *dos métodos*.

   b) Resolver la ecuación matricial

   $$((AX)^{-1}A^{-1})^{-1} = A(X^tC^tB^t + A)^t$$

   Hint. Despejar X *antes* de reemplazar.

2. Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$, tal que el sistema:

   $$\left.\begin{array}{ccccccc} x & - & 2y & + & kz & = & 1 \\ (k-1)x & + & 2y & + & (k+3)z & = & 0 \\ -kx & + & 2ky & - & z & = & 1 \end{array}\right|$$

   a) Tenga solución única.

   b) Tenga infinitas soluciones.

   c) No tenga solución.

3. En una pensión de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y frutilla. El presupuesto destinado para esta compra es de \$54000 y el precio de cada helado es de \$400 el de vainilla, \$500 el de chocolate y \$600 el de frutilla. Conocidos los gustos de los estudiante, se sabe que entre helados de chocolate y de frutilla se han de comprar el 20 % más que de vainilla. ¿Cuántos helados de cada tipo se compran en la pensión, semanalmente?

   a) Plantear el SEL que modela el problema.

   b) Resolver *a*) utilizando:
   - el Método de Gauss
   - el Método de Gauss-Jordan
   - la Regla de Cramer
   - el método matricial (una ecuación matricial)

   c) Entregar la respuesta del problema

Respuestas:

1. *a*)
   - $det(A - BC) = -1 \neq 0$
   - $(A - BC)^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & -3 \\ 5 & -1 & -2 \\ -6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

   b) Al *despejar* X se obtiene: $X = (A - BC)^{-1}A^t$. De donde: $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -12 \\ 0 & 1 & -9 \\ 2 & -3 & 11 \end{pmatrix}$

2. *a*) $k \neq 0, 1, -1$ el sistema tiene solución única.

   b) $k = -1$ tiene infinitas soluciones.

   c) $k = 0$ ó $k = 1$ no tiene solución.

3. (*c*) En la pensión, semanalmente, se compran 50 helados de vainilla, 20 helados de chocolate y 40 helados de frutilla.