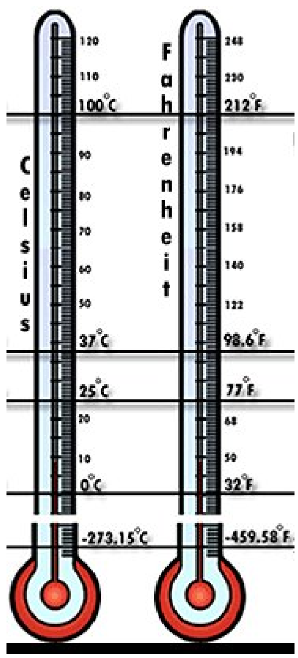
Indice

U de Talca

U de Talca

SESIÓN 1

Modelos lineales



U de Talca

1.1 Función lineal

Es la función real definida por:

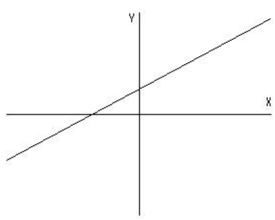
$$f(x) = ax + b, \qquad \texttt{con}\ a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0$$

a) $Dom(f) = \mathbb{R}, \qquad Rec(f) = \mathbb{R}$

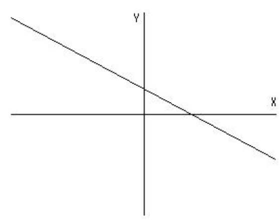
b) Su gráfica es una linea recta. Esta recta *corta* al eje X en el punto $(-\frac{b}{a}, 0)$ y al eje Y en el punto $(0, b)$.

c) La pendiente de la recta es a.

- Cuando $a > 0$, la gráfica de f es creciente. Si $x_1 \leqslant x_2$, entonces $f(x_1) \leqslant f(x_2)$



- Cuando $a < 0$, la gráfica de f es decreciente. Si $x_1 \leqslant x_2$, entonces $f(x_1) \geqslant f(x_2)$



1.2 Actividades

1.2.1 Un primer ejemplo

Con respecto a la función: $f(x) = \dfrac{2x-5}{3}$.

1) ¿Que tipo de función es?

2) Determinar *dom, cod, rec*

3) Intersecciones o cortes con los ejes coordenados.

4) Graficar la función $y = f(x)$.

U de Talca

1.2.2 Un ejemplo de función definida en un dominio restringido

Sea $f : [1,4[\longrightarrow \mathbb{R}$ la función real definida por: $f(x) = 3x - 1$.

1) ¿Que tipo de función es?

2) Determinar *dom, cod, rec*

3) Intersecciones o cortes con los ejes coordenados.

4) Graficar la función $y = f(x)$.

U de Talca

1.2.3 Una función definida por tramos

Sea

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \texttt{si } x < 2 \\ -3x, & \texttt{si } 3 \leqslant x \leqslant 5 \end{cases}$$

1) Determinar $Dom(f)$.

2) Calcular la imagen del 0, 4, -6 y 6.

3) Encontrar preimagenes del 0, 5 y -10.

U de Talca

1.2.4 Buscando un modelo lineal

Un viaje subsidiado por una escuela costará a cada estudiante \$15000 si viajan no más de 150 estudiantes; sin embargo el costo a pagar por estudiante se reduciría \$500 pesos por cada uno más que se inscriba al grupo de los 150. Exprese los ingresos brutos recibidos por la escuela en función del número de inscritos a dicho viaje.

U de Talca

U de Talca

SESIÓN 2

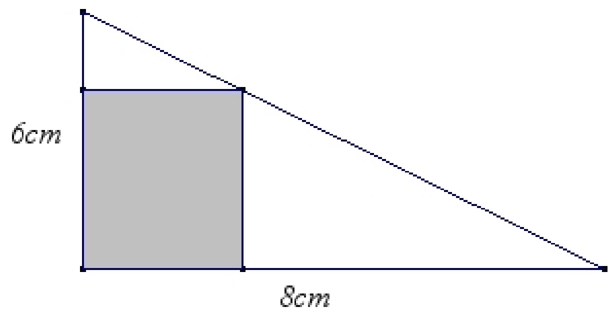
Modelos cuadráticos

Movimientos parabólicos

2.1 Modelos cuadráticos: Actividad inicial

Se dispone de una hoja triángular de cartulina como en la figura. De ella se quiere sacar un rectángulo, cortando como se indica en la siguiente figura. Determinar las longitudes del rectángulo de mayor área que se puede obtener de esta manera.

U de Talca

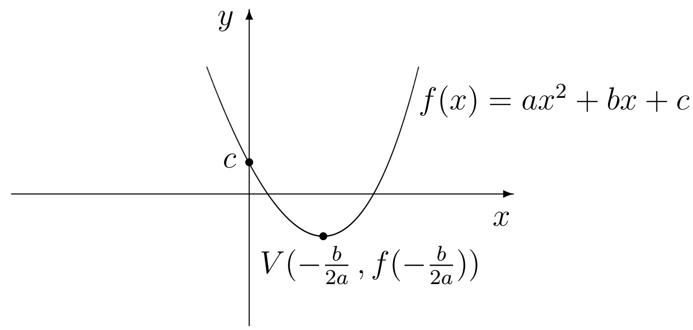


2.2 La función cuadrática

Una *función cuadrática* tiene la forma

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ con } a \neq 0, \ a, b, c \in \mathbb{R}$$

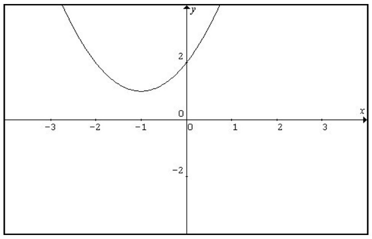
U de Talca



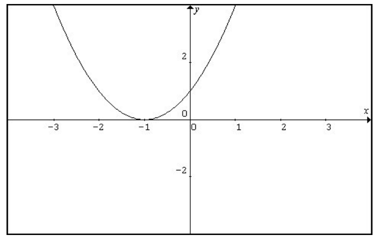
- Intersecta al eje Y en el punto $(0, c)$.
- Intersecta al eje X cuando $\Delta = b^2 - 4ac \geqslant 0$. En tal caso, los puntos de intersección son las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
- Su gráfica es una parabóla con vértice $V = \left(-\dfrac{b}{2a}, f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right) = \left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.
- La recta vertical $x = -\dfrac{b}{2a}$ es una recta de simetría de su gráfico.
- Si $a > 0$ la parábola se abre hacia arriba, y si $a < 0$ se abre hacia abajo.
- La fórmula de la función cuadrática se puede presentar de varias maneras:
  1) $y = f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, donde x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
  2) $y = f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$

U de Talca

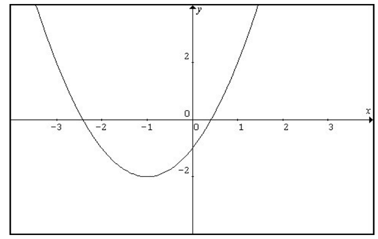
Gráficos de la función cuadrática y $= ax^2 + bx + c$



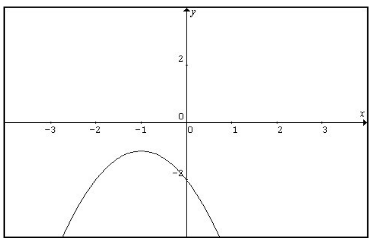
$a > 0,\ \Delta < 0$



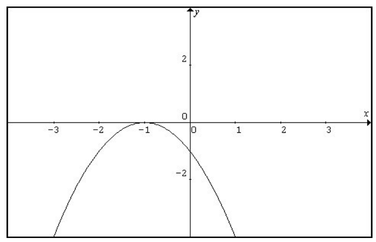
$a > 0,\ \Delta = 0$



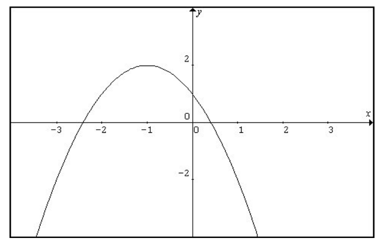
$a > 0,\ \Delta > 0$



$a < 0,\ \Delta < 0$



$a < 0,\ \Delta = 0$



$a < 0,\ \Delta > 0$

U de Talca

2.3 Problemas de optimización

2.3.1 Presentar el número 50 como suma de dos sumandos tales que su producto sea el máximo posible.

U de Talca

2.3.2 Encontrar un punto P en la recta $y = x$, de modo que la suma de los cuadrados de las distancias de este punto a los puntos $(-a, 0)$, $(a, 0)$ y $(0, b)$ sea la menor posible.

U de Talca

2.4 Actividad final

El consumo de oxígeno, en mililitros por minuto, para una persona que camina a x kilómetros por hora, está dada por la función

$$f(x) = 53x^2 + 53x + 10,$$

mientras que el consumo de oxígeno para una persona que corre a x kilóometros por hora, está dada por

$$g(x) = 11x + 10.$$

1) Traczar las gráficas de f y g (en un mismo plano cartesiano)

2) Determinar algebraica y gráficamente, la velocidad a la cual es idéntico el consumo de oxígeno para una persona que camina y para otra que corre.

3) ¿Qué sucede con el consumo de oxígeno para ambas personas a velocidades mayores que la determinada en la parte (b)?