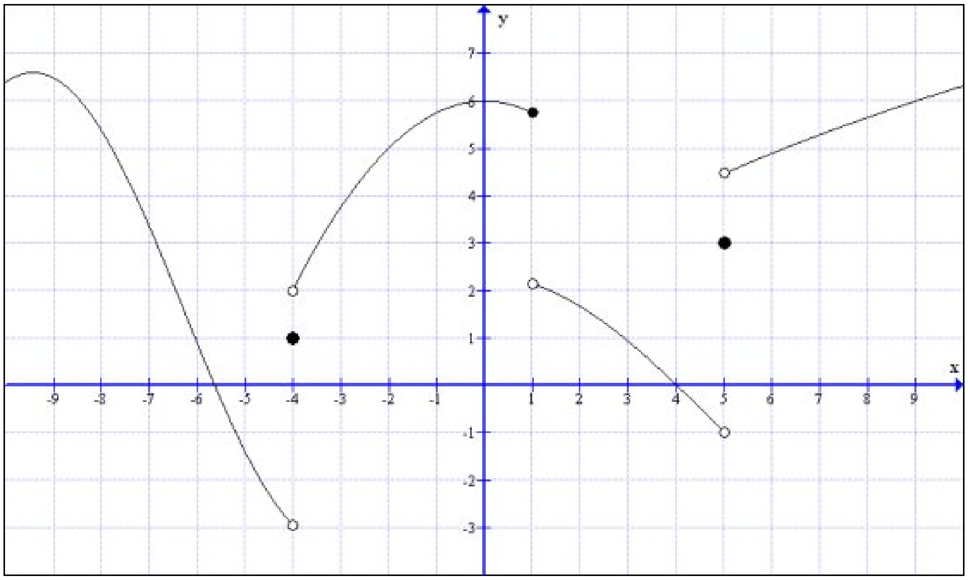
1. Considerar la función $y = f(x)$ cuyo gráfico es:



Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)$ *b)* $\lim\limits_{x\to -4^-} f(x)$ *c)* $\lim\limits_{x\to -4} f(x)$ *d)* $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ *e)* $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ *f)* $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

g) $\lim\limits_{x\to 5^+} f(x)$ *h)* $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)$ *i)* $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$ *j)* $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ *k)* $\lim\limits_{x\to 2{,}5} f(x)$ *k)* $\lim\limits_{x\to 4{,}99} f(x)$

2. Calcular, usando las propiedades, los siguientes límites.

(a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^2-5}{2x+17}$ (b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^2-x-10}{x^2+5x-14}$ (c) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^3-a^3}{x-a}$

(d) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^3+27}{x^4-81}$ (e) $\lim\limits_{t\to \frac{1}{2}} \dfrac{4t^2-1}{2t-1}$ (f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(2+x)^2-4}{x}$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ (h) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{3x}{x-1} - \dfrac{2x}{x+1}\right)$ (i) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{8x^3+13x}{5x^2+11}$

(j) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3+x+30}{4x^3+11x^2+9}$ (k) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+x}}{x}$ (l) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{100x^9-22}{x^{10}+21}$

(m) $\lim\limits_{x\to 2}(x^2-4x+3)$ (n) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x}{x^2+4}$ (ñ) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x+1}{x^2+2x+3}$

(o) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3+27}{x+3}$ (p) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+7x+5}{x+10}$ (q) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sin 5t}{3t}$

3. Calcular $\lim_{x\to 5} f(x)$ usando límites laterales, para cada una de las siguientes funciones:

   (a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 7 & \text{si } x > 5. \\ 3x + 3 & \text{si } x < 5. \end{cases}$ $\quad$ (b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x-1} & \text{si } x > 5. \\ x + 13 & \text{si } x \leq 5. \end{cases}$

4. Dada la función $f(x) = \dfrac{2x^2 + x - 6}{x^2 + 5x + 6}$. Calcular.

   (a) $\lim_{x\to 2} f(x)$. (b) $\lim_{x\to -2} f(x)$. (c) $\lim_{x\to \infty} f(x)$. (d) $\lim_{x\to -3} f(x)$.

5. Trazar la gráfica de **una** función $y = f(x)$ definida en $\mathbb{R}$ que cumpla *simultáneamente* cada una de las siguientes condiciones:

   (a) $\lim_{x\to -3^-} f(x) = 0$ (b) $\lim_{x\to -3^+} f(x) = 2$ (c) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 4$ (d)$f(-3) = 4$

   (e) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 0$ (f) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$ (g) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$ (h) $\nexists\ f(0)$

   (i) Que tenga límite finito en $x = 1$ y $\lim_{x\to 1} f(x) = f(1)$

   (j) Que tenga límite en $x = 3$ y $\lim_{x\to 3} f(x) \neq f(3)$

   (k) Que tenga $\lim_{x\to 4^+} f(x) = f(1)$, pero que tenga límite en $x = 4$

   (l) Que no tenga límite en $x = 5$

6. La siguiente función expresa la altura de un árbol en función de su edad:

$$f(x) = 132e^{-20/x}, \quad \text{para } x \geq 0$$

   Calcular e interpretar $\lim_{x\to \infty} f(x)$

7. Se sabe que el precio de un artículo, P, a través del tiempo t (en meses) está dado por la función:

$$P = P(t) = \frac{at + 8}{t + b}$$

   si se sabe que el precio de este artículo el próximo mes será de \$6.5, y el siguiente mes será de \$6.0. Calcular:

   a) El precio del artículo para este mes

   b) En qué mes el precio será de \$5.5

   c) ¿Qué ocurre con el precio *a largo plazo*?

8. Se estima que dentro de t años, la población P de un cierto país será de

$$P = P(t) = \frac{80}{8 + 12e^{-0,06t}}, \text{millones de habitantes}$$

a) ¿Después de cuanto tiempo la población será de 5 millones de habitantes?

b) ¿Qué le sucederá a la población *a largo plazo*?

9. La cantidad de una droga en la corriente sanguínea t horas después de inyectada intramuscularmente está dada por la función

$$f(t) = \frac{10t}{t^2 + 1}$$

Al pasar el tiempo, ¿cuál es la cantidad límite de droga en sangre?

10. En un experimento biológico, la población de una colonia de bacterias (en millones) después de x días está dada por:

$$y = \frac{4}{2 + 8e^{-2x}}$$

a) ¿Cuál es la población inicial de la colonia?

b) Resolviendo $\lim\limits_{x \to +\infty} y$, se obtiene información acerca de si la población crece indefinidamente o tiende a estabilizarse en algún valor fijo. Determinar cuál de estas situaciones ocurre.

11. Un cultivo de bacterias crece siguiendo la ley

$$y = \frac{1{,}25}{1 + 0{,}25e^{-0{,}4t}}$$

donde el tiempo $t \geq 0$ se mide en horas y el peso del cultivo en gramos.

a) Determinar el peso del cultivo transcurridos 60 minutos.

b) ¿Cuál será el peso del mismo cuando el número de horas crece indefinidamente?

12. El tejido vivo sólo puede ser excitado por una corriente eléctrica si ésta alcanza o excede un cierto valor que se designa con v. Este valor v depende de la duración t de la corriente. La ley de Weiss establece que

$$v = \frac{a}{t} + b$$

donde a y b son constantes positivas. Analizar el comportamiento de v cuando:

a) t se aproxima a cero.

b) t tiende a infinito.