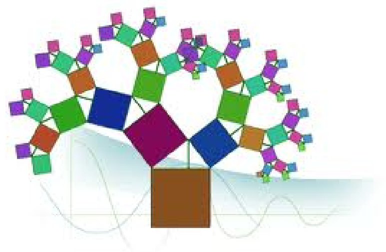
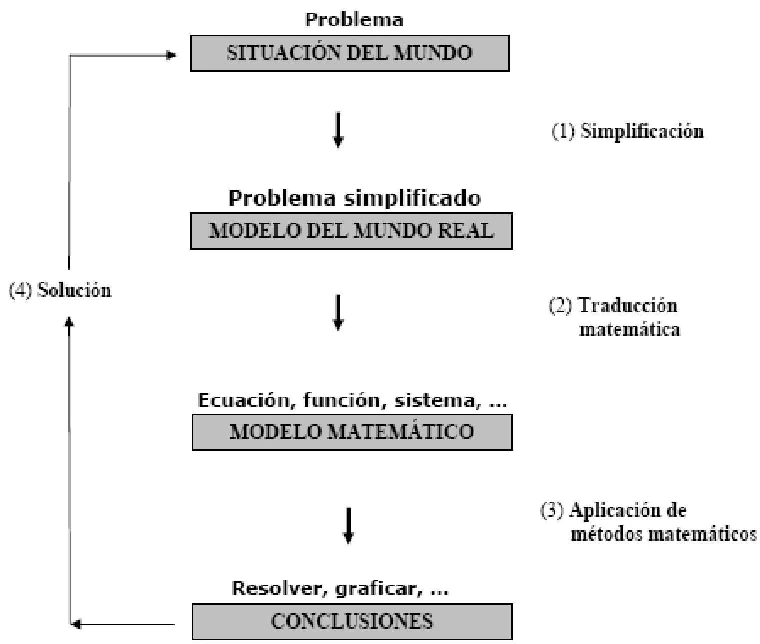
Prof. Claudio del Pino O.



¿Cómo podemos explicar que las matemáticas, un producto de la mente humana independiente de la experiencia, encajen tan bien en los objetos y elementos de la realidad?.

Albert Einstein.

1. Introducción



Esquema general del proceso de modelación

2. Modelos matemáticos

La representación en términos matemáticos de una situación problemática (SP) de la realidad (generalmente, simplificada) recibe el nombre de *modelo matemático* (MM), de dicha situación.

Algunas consideraciones importantes son:

- El MM es una idealización de la SP. Un MM no representa, el general, completamente la situación en cuestión, sino que éste intenta representar sus aspectos más importantes y *posibles*.

- En un buen modelo, la realidad se simplifica lo suficiente para permitir los cálculos matemáticos, pero incluso así, debe ser lo suficientemente preciso como para poder permitir conclusiones valiosas.
- Es importante tener siempre presente las limitaciones del modelo.
- La importancia del MM es que permite abordar con herramientas matemáticas el estudio de la SP, facilitando su análisis y el establecimiento de eventuales conclusiones.

Un modelo matemático se puede representar, como es de suponer, usando cualquier contexto matemático, es decir, puede usar una o más expresiones matemáticas: ecuaciones, sistemas de ecuaciones, desigualdades, funciones, etc.

3. Un primer ejemplo

Buscar un modelo matemático para la siguiente situación-problema relacionada con mezclas.

> Un farmacéutico debe preparar 15ml de gotas especiales para un paciente con glaucoma. La solución debe tener 2 % de ingrediente activo, pero sólo tiene disponibles soluciones al 10 % y al 1 %. ¿Qué cantidad de cada solución debe usar para completar la receta?

Solución:
Sea x = cantidad de ml de la solución al 10 %

Para ayudar a entender el problema, se realiza un esquema, como el siguiente.

	A	B	C
Cantidad de ml en cada caso	x	$15-x$	15
Cantidad de ingrediente activo en cada caso	$0{,}1x$	$0{,}01(15-x)$	$0{,}02\cdot 15$

Luego, el modelo de la situación planteada es la siguiente ecuación:

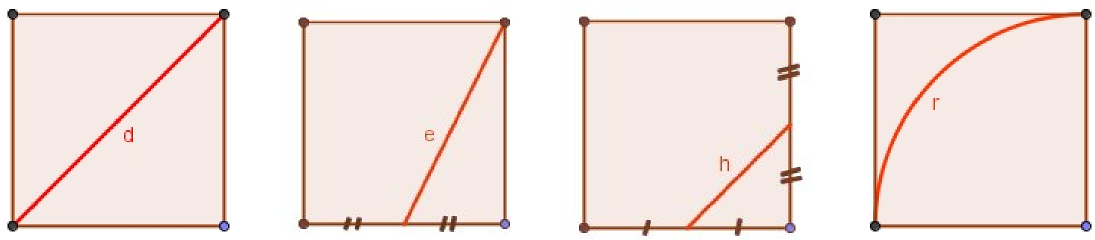
$$\boxed{0{,}1x + 0{,}01(15-x) = 0{,}02\cdot 15}$$

4. Modelos funcionales

En este curso la atención estará puesta en las SP que se pueden modelar por medio de una función. Tales modelos reciben el nombre, como es de suponer, de *modelos funcionales*.

4.1. Primeras actividades

1. Determinar el modelo funcional que representa el área de un cuadrado de lado a en término de las variables indicadas en cada uno de los siguientes dibujos:



(a) (b) (c) (d)

2. Expresar el área A de un cuadrado en función de su perímetro P.

3. Expresar el perímetro P de un cuadrado en función de su área A.

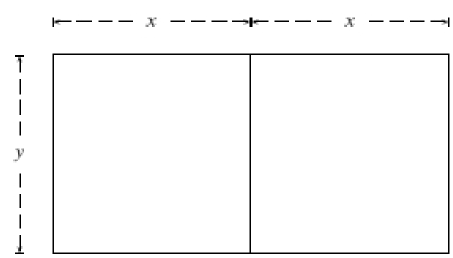
4. Expresar el área A de un triángulo equilátero en función de la longitud s de uno de sus lados.

5. Actividades

1. Determinar el modelo funcional que representa

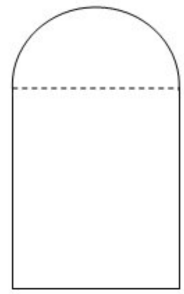
   a) el área de un rectángulo que tiene perímetro igual a 20cm.
   b) el perímetro de un triángulo rectángulo que tiene un área igual a 20cm^2.
   c) el área de un triángulo isósceles inscrito en una circunferencia de radio r.

2. Un granjero dispone de 200m de valla para cercar dos corrales adyacentes (ver figura). Expresar el área A encerrada como función de x.



3. Un alambre de 16 pulgadas de longitud se corta en dos trozos. Con uno de los pedazos se hace una circunferencia y con el otro un cuadrado. Determinar una función que exprese la suma de las áreas encerradas, por cada una de las figuras realizadas, en términos de la longitud de uno de los trozos.

4. Una ventana normanda (ver figura), que consiste en un rectángulo coronado con un semicírculo, tiene un perímetro total de 10 metros. Expresar su área en función de la base x del rectángulo.



Ventana Normanda

6. Desafío

La piscina mostrada en la figura tiene 2m de profundidad mínima y 6m de profundidad máxima, 40m de largo, 20m de ancho y el fondo es un plano inclinado. Expresar el volumen V del agua contenida en la piscina en función de la altura h del nivel del agua desde la parte más profunda de la piscina.