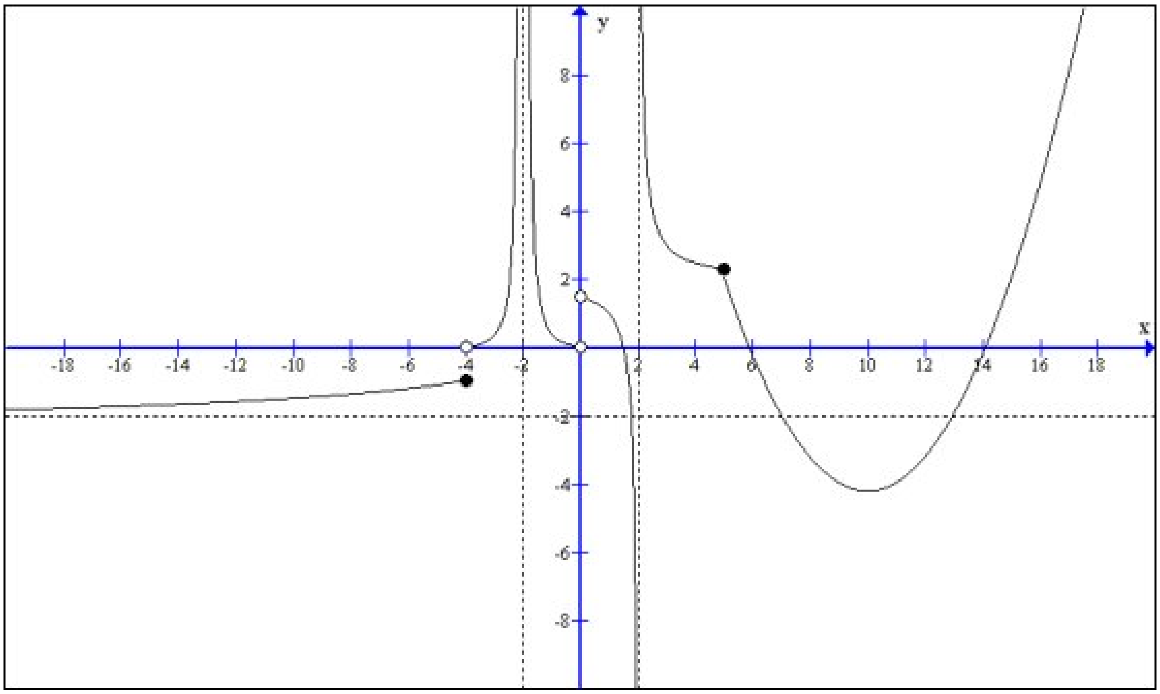
CdP

1. Considerar la función $y = f(x)$ cuyo gráfico es:



Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$ *b*) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$ *c*) $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$ *d*) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ *e*) $\lim\limits_{t\to 2^-} f(x)$ *f*) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

g) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ *h*) $\lim\limits_{z\to +\infty} f(x)$ *i*) $\lim\limits_{z\to \infty} f(x)$ *j*) $\lim\limits_{z\to -4} f(x)$ *k*) $\lim\limits_{z\to 0} f(x)$ *k*) $\lim\limits_{z\to 5} f(x)$

2. Calcular, sin usar tablas de valores ni gráficos, cada uno de los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} (x^3 - 2x)$ *b*) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^3 - 2x}{2x^3 + 8x - 5}$ *c*) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^3 - 2x}{2x^4 + 8x - 5}$

d) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3 - 2x}{2x^4 + 8x - 5}$ *e*) $\lim\limits_{x\to +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 4})$ *f*) $\lim\limits_{x\to -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 4})$

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2}{3 + 4^{\frac{1}{x}}}$ *h*) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2 + 4^{\frac{1}{x}}}{3 + 4^{\frac{1}{x}}}$ *i*) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2 - x}$

j) $\lim\limits_{x\to -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$ *k*) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{4x + 1}{4x - 1}\right)^x$ *l*) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2}}{x + 5}$

3. Trazar la gráfica de **una** función $y = f(x)$ definida en $\mathbb{R}$ que cumpla simultáneamente cada una de las siguientes condiciones:

(a) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 1$ (b) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ (c) $\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = -2$

(d) $\lim\limits_{x\to -0} f(x) = 2$ (e) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} f(x) = +\infty$ (f) $\lim\limits_{x\to \pi} f(x) = -\infty$

(g) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ no existe

4. Para cada uno de los siguientes casos se pide encontrar un ejemplo, ojalá sencillo, de una función que cumpla con la condición dada

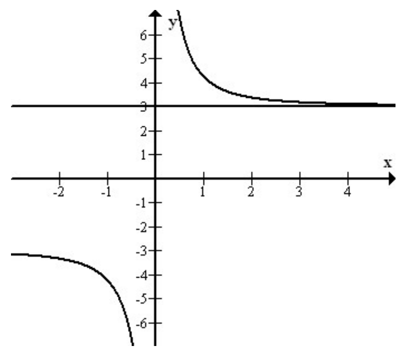
(a) $f(x)$ tal que $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = \infty$
(b) $f(x)$ tal que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 2$
(c) $f(x)$ tal que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$
(d) $f(x)$ tal que $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ no exista, pero los límites laterales en el punto, si existan.
(e) $f(x)$ tal que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ y $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$

5. **Asíntotas**: Sea $y = f(x)$ una FRVR.

   a) Asíntotas horizontales:

   - Si $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = h$ ¿Qué es del gráfico de $y = f(x)$ la recta $y = h$.

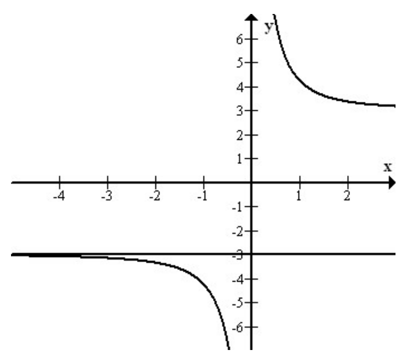
     Ejemplo: Sea $f(x) = \dfrac{3\sqrt{x^2+1}}{x}$. Aquí $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 3$. Un gráfico de $y = f(x)$ y la recta $y = 3$ es:



     Luego, la recta $y = 3$ es una asíntota horizontal del gráfico de la función $y = f(x)$.
     Dar otro ejemplo e ilustrar gráficamente.

   - Si $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = h$ ¿Qué es del gráfico de $y = f(x)$ la recta $y = h$.

     Ejemplo. En la función precedente se tiene que $\lim\limits_{x\to -\infty} = -3$ (verificarlo!!). Un gráfico de $y = f(x)$ y la recta $y = -3$ es:



     Luego, la recta $y = -3$ es una asíntota horizontal del gráfico de la función $y = f(x)$.
     Dar otro ejemplo e ilustrar gráficamente.

   - Si $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = h$ ¿Qué es del gráfico de $y = f(x)$ la recta $y = h$. Dar un ejemplo e ilustrar gráficamente.