

1. Tema: Derivadas de orden superior.

a) Si $y = e^x \sin x$, verificar que $y'' - 2y' + 2y = 0$.

b) Si $y = \frac{1}{1+x}$, encontrar una fórmula general para $\frac{d^n y}{dx^n}$.

Nota:

- $y'' = (y')'$, es la derivada de la derivada, llamada *segunda derivada* de y . También se anota $\frac{d^2 y}{dx^2}$
- $y''' = y^{(3)} = (y'')'$, es la tercera derivada de y . También se anota $\frac{d^3 y}{dx^3}$
- ETC.

2. Tema: Extremos absolutos de funciones continuas definidas en un intervalo cerrado.

Determinar los extremos absolutos de las siguientes funciones en el intervalo indicado.

a) $y = 4xe^{-2x}$, $[0, 2]$ b) $y = \frac{\ln^2 x}{x}$, $[1, 3]$

3. Tema: Intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función.

Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de:

a) $y = \frac{x^3}{(1+x)^2}$ b) $y = x^3 e^x$

4. Tema: Extremos relativos usando el método de la primera derivada.

Usando el método de la primera derivada, estudiar los extremos relativos de las funciones de la actividad (3).

5. Tema: Resolución de problemas sobre extremos.

Usando las técnicas del cálculo diferencial:

- a) Encontrar dos números positivos cuyo producto es A ($A > 0$) y cuya suma sea mínima.
- b) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, 5)$ y forma con los ejes coordenados, en el primer cuadrante, el triángulo de menor área.
- c) Demostrar que de todos los rectángulos que tienen un área dada, el que tiene menor perímetro es el cuadrado.
- d) Determinar la base y la altura del triángulo isósceles de mayor área que se puede inscribir en una circunferencia de radio r .

6. Aplicaciones al área de la salud

a) Un equipo de investigación médica determina que t días después del inicio de una epidemia

$$N = N(t) = 10t^3 + 5t + \sqrt{t}$$

personas estarán infectadas. ¿A qué razón se incrementa la población 'on infectada en el noveno día?
 (R) Pasados 9 días la población 'on de bacterias está aumentando a razón de 2435 personas por día, aproximadamente.

- b) Un investigador médico estima que t horas después de introducirse una toxina, la población (en miles) de cierta colonia de bacterias será

$$P = P(t) = \frac{600}{4 + e^{-0,01t} + e^{0,003t}}$$

¿Cuándo es máxima la población? ¿Cuál es la máxima población de la colonia?

- c) Existen varios modelos matemáticos en el estudio de enfermedades dinámicas como la leucemia y otras enfermedades que afectan a las células sanguíneas. Uno de estos modelos de producción de células sanguíneas fue desarrollado por A. Lasota en 1977 e involucra la función exponencial

$$p = p(x) = Ax^s e^{-sx/r}$$

donde A , s y r son constantes positivas y x es el número de glanulocitos (un tipo de glóbulos blancos) presentes. Hallar el nivel x de glanulocitos de la sangre que maximizan la función de producción.

- d) Un modelo para la producción de células sanguíneas es la función

$$p = p(x) = \frac{Ax}{B + x^m}$$

donde x es el número de células presentes, A , B y m son constantes positivas.

- 1) Hallar la tasa de producción de sangre $R(x) = p'(x)$ y determinar los valores de x tales que $R(x) = 0$. ¿Qué indican estos valores?
 - 2) Hallar la razón a la cuál cambia $R(x)$ respecto a x . Interpretar.
- e) La reacción del cuerpo a las drogas se puede modelar por la función

$$R = R(D) = D^2 \left(\frac{k}{2} - \frac{D}{3} \right),$$

donde D es la dosis y k es una constante que indica la dosis máxima que puede administrarse. La razón de cambio de R con respecto a D se denomina *sensibilidad*. Hallar el valor de D para que la sensibilidad sea máxima.