1. Dada las siguientes funciones:

$$y = f(x) = x^3 + x^2 - 2x \qquad \text{e} \qquad y = g(x) = 2x - 2x^2$$

Se pide:

a) Obtener sus gráficas en un mismo sistema de coordenadas.

b) Determinar el (o los) puntos(s) de intersección de ambas curvas.

c) Achurar la región, R, del plano delimitada por las curvas correspondientes a las dos gráficas obtenidas

d) Calcular el área de R.

Solución: (d) Area de $R = \frac{131}{4}$ (u de l)^2.

2. Calcular el área de la región acotada por las gráficas de la curvas dadas:

a) $y = 2x + 3$ e $y = x^2 - 2x - 8$. Respuesta: 36 (u. de l.)^2.

b) $y = x^3 - 8{,}5x$ e $y = 0{,}5x$. Respuesta: 40,5 (u. de l.)^2.

c) $y = \ln x$, $y = x \ln x$, $x = 2$

d) $y = \sin x$ e $y = \cos x$ y las recta $x = 0$ e $y = \pi/2$. Respuesta: $2\sqrt{2} - 2$ (u. de l.)^2.

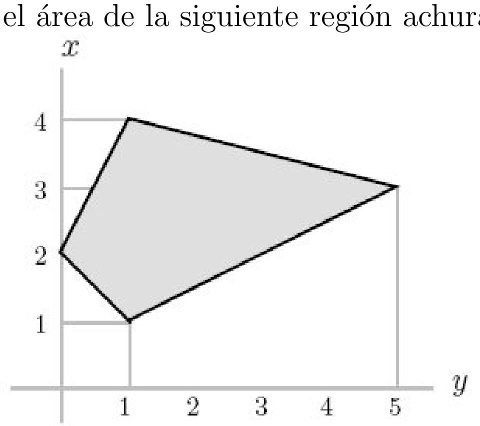
e) $y = x^2$, $y^2 = x$

f) $y = x^2$, $y = \frac{2}{x^2+1}$

g) $y = \frac{2x}{x^2+1}$, $x + y = 2$

3. Encontrar el área de la región ubicada en el segundo cuadrante acotada por la gráfica de $y = |x + 3|$, la recta $x + 5 = 0$ y los ejes coordenados.

4. Usando integrales, calcular el área de la siguiente región achurada



Solución: 7.5 (u. de l.)^2.

5. Encontrar el valor del número b de modo que la recta $y = b$ divida la región acotada por las curvas $y = x^2$ e $y = 4$ en dos regiones de igual área.

6. **Distancia recorrida en un movimiento rectilíneo**.

   Para un objeto con movimiento rectilíneo la función posición, $s = s(t)$, y función velocidad, $v = v(t)$, se sabe que se relacionan por

$$s(t) = \int v(t)dt$$

   Ahora bien:

   - el **desplazamiento** del objeto durante t_1 y t_2 viene dado por:

$$D = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

     mientras que:

   - la **distancia total recorrida** entre el instante t_1 y t_2, es

$$DT = \int_{t_1}^{t_2} |v(t)|dt$$

   a) Un objeto se mueve con movimiento rectilíneo de modo tal que su velocidad en el instante t es $v(t) = te^t$ metros por segundo. Encontrar su desplazamiento y distancia total recorrida durante los diez primeros segundos.

   b) Un objeto se mueve con movimiento rectilíneo de modo tal que su velocidad en el instante t es $v(t) = t^2 - 2t$ metros por segundo. Hallar su desplazamiento y distancia total recorrida durante los tres primeros segundos.

   Respuesta: 0 y 8/3, respectivamente

7. **Valor promedio de una función**

   El valor promedio de una función f definida en intervalo $[a, b]$ es

$$f_{prom} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

   a) Verificar que el valor promedio de $f(x) = 1 + x^2$ en el intervalo $[-1, 2]$ es igual a 2.

   b) Calcular el promedio de $f(x) = x\sin(x^2)$ en el intervalo $[0, \sqrt{\pi}]$

   c) La temperatura en $^\circ F$ de cierta ciudad, t horas después de las 9:00 AM, viene dada aproximadamente por la función

$$T(t) = 50 + 14\sin\left(\frac{\pi\, t}{12}\right)$$

   Calcular la temperatura promedio entre las 9:00 AM y las 9 PM del mismo día.

8. **Ley del flujo laminar**: La velocidad v de la sangre que fluye en un vaso de radio R y longitud l, a una distancia r del eje del vaso es

$$v(t) = \frac{P}{4\eta l}\left(R^2 - r^2\right)$$

en donde P es la diferencia de presión entre los extremos del vaso, y η es la viscosidad de la sangre. Calcular la velocidad promedio, con respecto a r, en el intervalo $0 \leq r \leq R$.

9. **Ley de Poiseuille**

A partir de la Ley del flujo laminar, ver (9), se puede comprobar que el volumen de sangre que pasa por una sección transversal por unidad de tiempo (flujo), viene dado por

$$F = \int_0^R 2\pi r v(t) dt$$

a) Verificar

$$F = \frac{\pi P R^4}{8\eta l},$$

relación que recibe el nombre de **Ley de Poiseuille**

b) Aplicar la Ley de Poiseuille para calcular el flujo en una arteria humana normal, en donde se puede suponer que $\eta = 0{,}027$, $R = 0{,}008$cm, $l = 2$cm y $P = 4000$dinas por cm^2

c) La presión arterial alta se debe a la constricción de las arterias. Para mantener el mismo flujo, el corazón debe bombear más, y aumentar la presión de la sangre. Con la Ley de Poiseuille verificar que si R_0 y P_0 son los valores normales del radio y la presión de una arteria, y en los vasos constreñidos los valores son R y P, entonces para que el flujo permanezca constante, P y R se deben relacionar mediante la ecuación:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^4$$

Verificar que si el radio de un arteria se reduce a las tres cuartas partes de su valor normal, la presión aumenta a más del triple.

10. **Trabajo realizado por una fuerza**

Cuando un objeto se mueve en el eje X, en dirección positiva, desde $x = a$ hasta $x = b$, y en cada punto x entre a y b actúa una fuerza $f(x)$ sobre el objeto. El trabajo efectuado al mover el objeto, en el intervalo indicado, es

$$W = \int_a^b f(x)dx$$

a) Verificar que, si una partícula cuando está a una distancia de x metros del origen, actúa sobre ella una fuerza igual a $x^2 + 2x$ newton, entonces el trabajo efectuado desde $x = 1$ hasta $x = 3$ es de $\frac{50}{3}$ Newton por metro.

b) Una fuerza mueve una partícula a lo largo del eje X. La fuerza es de $\frac{10}{(1+x)^2}$ Newton en el punto a x metros del origen. Calcular el trabajo realizado al moverla del origen a 9 metros de distancia.