Nombre y Firma:	**NOTA**

1. (**20 ptos.**) **Cálculo de derivadas usando la definición.**

Para la función $f(x) = \dfrac{2x-1}{3x+2}$, usando la definición de derivada, calcular $f'(x)$

Criterio de corrección:

- Desarrollo claro, ordenado y errores algebraicos *pequeños*: **20 puntos**.
- Desarrollo poco claro o poco ordenado, y con errores algebraicos *pequeños*: **10 puntos**.
- Desarrollo con poco avance o errores algebraicos graves: **0 puntos**.

Desarrollo:

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2(x+h)-1}{3(x+h)+2} - \frac{2x-1}{3x+2}}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{(2x+2h-1)(3x+2)-(2x-1)(3x+3h-2)}{(3x+3h+2)(3x+2)}}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{7h}{(3x+3h+2)(3x+2)}}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{7h}{(3x+3h+2)(3x+2)} \cdot \frac{1}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{h}{(3x+3h+2)(3x+2)} \\
&= \frac{7}{(3x+2)^2}
\end{aligned}$$

Respuesta:

$$\underline{f'(x) = \frac{7}{(3x+2)^2}}$$

2. (**20 ptos.**) **Un problema de aplicación sobre recta tangente, o rapidez (instantánea), o razón de cambio (insantánea)**

En cierto *instante* t la función posición de un móvil A sigue la siguiente ecuación:

$$s(t) = 0{,}5t^4 + 5t + 20$$

donde t es el tiempo, en segundos y s la distancia recorrida, en metros.

a) ¿En qué momento la velocidad (instantánea) del móvil A es de 59 m/s?

b) ¿Qué aceleración (instantánea) lleva el móvil, 5 segundos después de partir?

Criterio de corrección:

- Cálculos correctos de derivadas, desarrollo claro, ordenado y errores algebraicos *pequeños*: **20 puntos**.
- Cálculos correctos de derivadas, desarrollo poco claro o desordenado, y errores algebraicos *pequeños*: **10 puntos**.
- Cálculos incorrectos de derivadas o desarrollo poco claro o desordenado o errores algebraicos *graves*: **0 puntos**.

Desarrollo:

a) Como la velocidad es la derivada de la función posición:

$$v = s'(t) = 2t^3 + 5,$$

luego, la velocidad (instantánea) del móvil A es de 59 m/s cuando

$$2t^3 + 5 = 59$$

de donde $t = 3$

Respuesta: La velocidad (instantánea) del móvil A es de 59 m/s cuando $t = 3$ seg.

b) Como la aceleración es igual a la derivada de la velocidad:

$$a(t) = v'(t) = (2t^3 + 5)' = 6t^2$$

Luego, la aceleración a lo 5 seg es $a(5) = 150$.

Respuesta: La aceleración del móvil, 5 segundos después de partir, es de 150 $\frac{m}{seg^2}$.

3. (**20 ptos.**) **Cálculo de derivadas usando fórmulas de derivación**

Usando las fórmula de derivación calcular las derivadas de:

a) $y = \dfrac{2x^2 - 1}{3x^2 + 1}$

b) $y = x^2 \ln(x)$

Criterio de corrección:

- Fórmulas de derivadas bien elegidas y aplicadas, y desarrollo claro y ordenado y errores algebraicos *pequeños*: **20 puntos**.
- Fórmulas de derivadas bien elegidas y aplicadas, desarrollo poco claro o desordenado, y errores algebraicos *pequeños*: **10 puntos**.
- Formula de derivación mal elegida o mal aplicada: **0 puntos**.

Desarrollo:

a) Usando la fórmula del cuociente:

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{2x^2 - 1}{3x^2 + 1}\right)' \\ &= \frac{(3x^2+1)\cdot(2x^2-1)' - (2x^2-1)(3x^2+1)'}{(3x^2+1)^2} \\ &= \frac{(3x^2+1)\cdot(4x) - (2x^2-1)(6x)}{(3x^2+1)^2} \\ &\vdots \\ &= \frac{10x}{(3x^2+1)^2} \end{aligned}$$

Luego,

$$\underline{y' = \frac{10x}{(3x^2+1)^2}}$$

b) Usando la fórmula del producto:

$$\begin{aligned} y' &= x^2 \cdot (\ln(x))' + \ln(x) \cdot (x^2)' \\ &= x^2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right) + \ln(x) \cdot (2x) \\ &= x + 2x \ln(x) \end{aligned}$$

Luego:

$$\underline{y' = x(1 + 2\ln(x))}$$