

$$d) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{e^{-\pi s}}{s^2 + 1} \right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \{ e^{-as} F(s) \} = \mathcal{U}(t-a) \mathcal{L}^{-1} \{ F(s) \}_{t \rightarrow t-a}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \cdot \frac{1}{s^2 + 1} \right\}$$

$$\frac{1}{s^2 + 1}$$

$$\downarrow$$

$$F(s)$$

$$= \mathcal{U}(t-\pi) \sin(t-\pi)$$

$$\mathcal{L}^{-1} \{ F(s) \} = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 + 1} \right\} = \underline{\sin t}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2 + a^2} \right\} = \frac{1}{\sqrt{a}} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{a}}{s^2 + (\sqrt{a})^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a}} \sin(\sqrt{a} t)$$

$$L^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \left(\frac{1}{s(s+1)} \right) \right\}$$

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s+1)} \right\} = e^{-t}$$

Fractions partielles

$$= L^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \right) \right\} =$$

$$= L^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \cdot \frac{1}{s} \right\} - L^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \cdot \frac{1}{s+1} \right\}$$

$$= L^{-1} \left\{ \frac{e^{-\pi s}}{s} \right\} = u(t-\pi)$$

$$- L^{-1} \left\{ \frac{e^{-\pi s}}{s+1} \right\} = -u(t-\pi) e^{-(t-\pi)}$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \frac{1}{s(s+a)} \right\} =$$

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \cdot \frac{1}{a} \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a} \right] \right\}$$

$$\frac{1}{a} \mathcal{L}^{-1} \left\{ e^{-\pi s} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a} \right) \right\}$$

$$\frac{1}{a} \left(u(t-\pi) - u(t-\pi) e^{-a(t-\pi)} \right)$$

Descomposición radiactiva. Una muestra de un elemento radiactivo se descompone a una tasa proporcional a la cantidad $y(t)$ presente, donde k_1 es la constante de proporcionalidad. Supóngase que a partir del instante $t = a$ se permite la entrada de una cantidad adicional del elemento con una tasa constante k_2 .

- Determinar el modelo matemático de la situación planteada. No olvidar incluir la condición inicial.
- Utilizando la transformada de Laplace para encontrar la cantidad del elemento, $y(t)$, en el instante t .
- Trazar la gráfica de $y(t)$ para con $k_1 = 1$, $k_2 = 0.5$, $a = 1$, $y(0) = 1$, $0 \leq t \leq 20$.

c) $y'(t) = -k_1 \cdot y(t) + k_2 \cdot u(t-a)$
 $y(0) = 1$

ii) Resolviendo $\rightarrow y(t) = \dots$
 k_1, a
 $k_2, 1$

Cierto resorte se alargará 6 pulgadas si se le cuelga un peso de 12 libras. Suponga que el peso está sujeto al resorte y que es estirado 4 pulgadas hacia abajo del punto de equilibrio. Si el peso se mueve hacia arriba con una velocidad inicial de 2 pies/seg, describa el movimiento. No están presentes otras fuerzas.

Nota: En estas unidades $g = 32 \text{ pies/seg}^2$

1) Plantear la EDO que modela este movimiento.

Sol.: $x''(t) + 64x(t) = 0$, $x(0) = \frac{1}{3}$, $x'(0) = -2$

2) Usando TdL, resolver la EDO anterior.

Sol.: $x(t) = \frac{1}{3} \cos(8t) - \frac{1}{4} \sin(8t)$

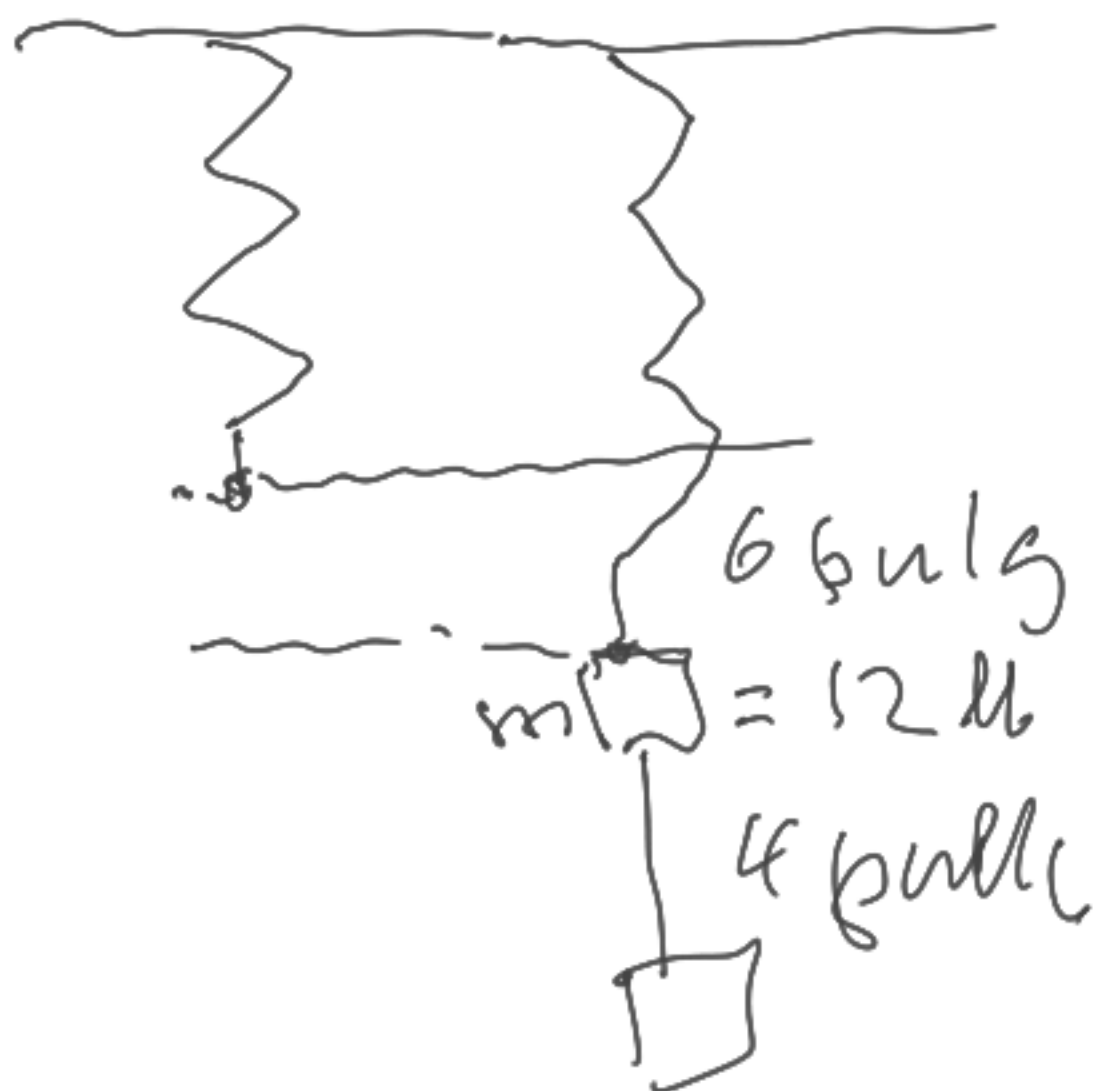
Buy de Google

$$\sum F = m \cdot a$$

$$-kx = m x''$$

$$m x'' + kx = 0$$

$$\frac{3}{4} x'' + 2x = 0$$



$$F = kx$$

$$peso = kx$$

$$12 = k \cdot 6$$

$$mg = 12$$

$$m = \frac{12}{32}$$

$$m = \frac{6}{16}$$

$$m = \frac{3}{8}$$

$$\frac{k}{m} = \frac{2}{3/8}$$

$$\frac{16}{3} = 2 \cdot \frac{8}{3}$$

$$mg = kS$$

$$ma = \sum F$$

$$ma = mg - k(x + S)$$

$$mx'' = \cancel{mg} - kx - \cancel{kS}$$

$$mx'' + kx = 0$$

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

