1) **(20 pts) Sobre búsqueda de modelos**

La evolución del tratamiento aplicado a cierto paciente, que sufre alteraciones en la regeneración de tejidos, sigue un comportamiento lineal.

La variable independiente es el tiempo (número de días) en que el organismo regenera sus tejidos y la variable dependiente es el área del tejido regenerado (milímetros cuadrados).

Según antecedentes clínicos, al primer día no hay tejidos regenerados, sin embargo al cabo de 10 días se comprueba que hay 4.5 milímetros cuadrados de tejidos regenerados.

La cantidad total del tejido a recuperar es de 100 milímetros cuadrados.

a) **[15 pts]** Determinar la función lineal que modela la situación presentada. No olvidar señalar el dominio de esta función.

Desarrollo: $R = \frac{1}{2}(t-1)$, donde R representa el área recuperada y t el tiempo
Como la cantidad total a recuperar son 100 milímetros cuadrados:

$$100 = \frac{1}{2}(t-1)$$

de donde $t = 201$. Luego, el dominio de R es $[1, 201]$

b) **[05 pts]** ¿En cuanto tiempo se regenera la mitad del tejido a recuperar?

Desarrollo: Resolviendo

$$50 = \frac{1}{2}(t-1)$$

se obtiene $t = 101$. Luego,
Respuesta: En 101 días se regenera la mitad del tejido a recuperar

2) **(20 pts) Sobre modelos lineales y cuadráticos**

La temperatura (medida en grados celcius), durante 7 días, que experimentan dos cultivos de bacterias, A y B, varían respectivamente, de acuerdo a los modelos

$$a(t) = t^2 - 6t + 15, \qquad b(t) = 20 - 2t$$

donde

- t representa el tiempo, en días.
- $a(t)$ la temperatura del cultivo A, medida en grados celcius.
- $b(t)$ la temperatura del cultivo B, medida en grados celcius.
- $dom(a) = dom(b) = [0, 7]$

Trabajando *algebraicamente* (no se aceptan en la respuesta tablas de valores ni gráficos), se pide,

a) **[06 pts]** El momento en que el cultivo A alcanza su menor temperatura

Desarrollo: Ubicando la abscisa del vértice de esta parábola, se riene:
Respuesta: El cultivo A alcanza su menor temperatura en el tercer día

b) **[07 pts]** El momento en que el cultivo B alcanza su mayor temperatura.

Desarrollo: Como la función que representa la temperatura del cultivo B es lineal *decreciente*, se tiene
Respuesta: El cultivo B alcanza su mayor temperatura en $t = 0$

c) **[07 pts]** En caso que exista, determinar el momento en que ambos cultivos tengan la misma temperatura.

Desarrollo: Ambos cultivos tienen la misma temperatura cuando:

$$t^2 - 6t + 15 = 20 - 2t$$

es decir cuando $t = 5$.
Respuesta: Ambos cultivos tengan la misma temperatura en el quinto día.

3) **(20 pts.)Sobre modelos exponenciales y logarítmicos**

Supongamos que el crecimiento de una población satisface el modelo logístico

$$P = P(t) = \frac{K}{1 + Ce^{-rt}}$$

donde P **es el tamaño de la población en** ***miles de habitantes*****, y** t **es el tiempo en años.**

Para una población particular se tiene que: $K = 100$, $r = 2\,\%$, **y en el año 1990** ($t = 0$) **su población era de** 5 **mil habitantes.**

a) [10 pts] **Determinar el modelo logístico que corresponde a la situación planteada.**

Desarrollo: De los datos entregados, se tiene que

$$P = P(t) = \frac{100}{1 + Ce^{-0{,}02t}}$$

y como en $t = 0$, $P = 5$, **se deduce que** $C = 19$.
Luego,
Respuesta: El modelo logístico buscado es

$$P = P(t) = \frac{100}{1 + 19e^{-0{,}02t}}$$

con $dom(P) = [0, +\infty[$

b) [10 pts] **¿Aproximadamente, en qué año la población será de 7 mil habitantes?**

Desarrollo: Para encontrar el año pedido, se debe resolver la ecuación

$$7 = \frac{100}{1 + 19e^{-0{,}02t}}$$

haciéndolo, se obtiene $t \approx 17{,}88$.

Respuesta: la población fue de 7 mil habitantes en el año 2008, aproximadamente