Observaciones No hay consultas. Responder una pregunta por hoja. Las respuestas sin desarrollo y/o justificación y/o desordenadas no dan puntaje. Duración 1 hora 30 minutos.

---

1. (**20 ptos.**) **Sobre inecuaciones**

   La temperatura (medida en grados celcius), durante 7 días, que experimentan dos cultivos de bacterias, A y B, varían respectivamente, de acuerdo a los modelos

   $$a(t) = t^2 - 6t + 15, \qquad b(t) = 20 - 2t, \quad \text{donde}$$

   - t representa el tiempo, en días.
   - $a(t)$ la temperatura del cultivo A, medida en grados celcius.
   - $b(t)$ la temperatura del cultivo B, medida en grados celcius.
   - $dom(a) = dom(b) = [0, 7]$

   Trabajando *algebraicamente* (no se aceptan en la respuesta tablas de valores ni gráficos), determinar los momentos en los cuales la temperatura del cultivo de bacterias A no supera a la temperatura del cultivo de las bacterias B.

   Solución: De la última información:

   $$t^2 - 6t + 15 \leq 20 - 2t$$

   de donde

   $$t^2 - 4t - 5 \leq 0$$

   factorizando

   $$(t + 1)(t - 5) \leq 0 \qquad (*)$$

   De donde los puntos claves son: -1 y 5. Haciendo el estudio en los 3 subintervalos que determinan los puntos claves en $\mathbb{R}$, se tiene que el conjunto solucion de $(*)$ es

   $$s = [-1, 5]$$

   y considerando que $0 \leq t \leq 7$, se tiene que la temperatura del cultivo de bacterias A no supera a la temperatura del cultivo de las bacterias B, en el intervalo de tiempo: $[0, 5]$

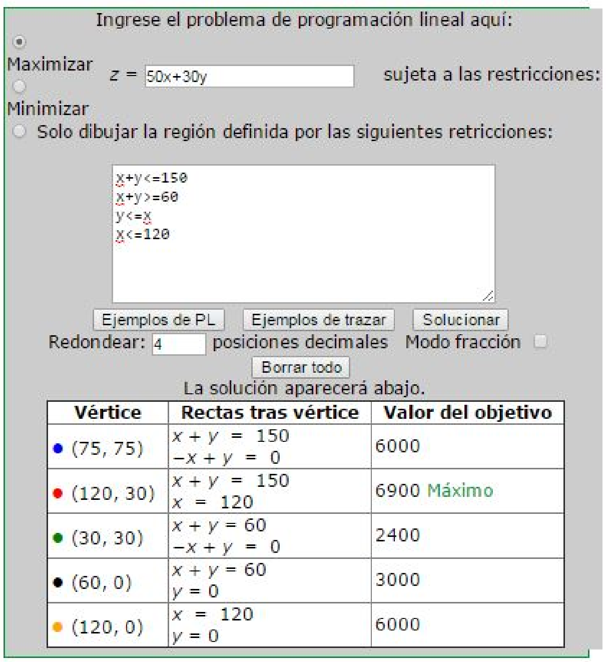
2. (**20 ptos.**) **Un ejercicio sobre Programación lineal**

Determinar los extremos (máximo y mínimo) de la función $z = 50x + 30y$

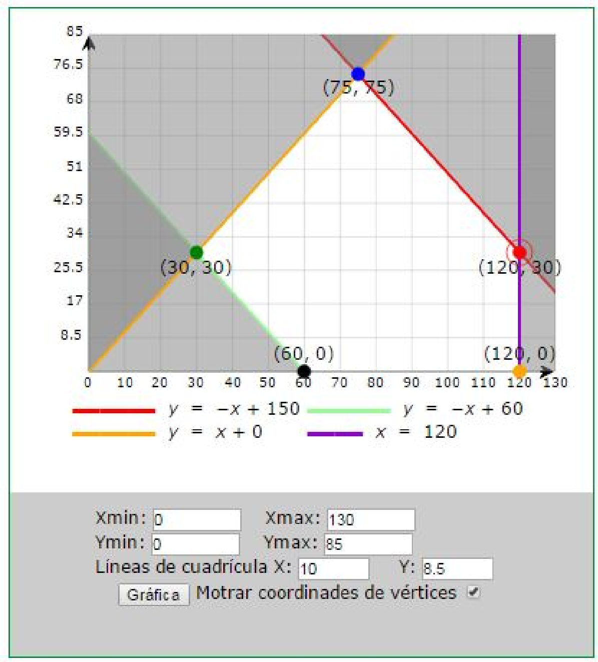
sujeto a

$$\begin{cases} x + y \leq 150 \\ x + y \geq 60 \\ y \leq x \\ x \leq 120 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Solución:



Vértice	Rectas tras vértice	Valor del objetivo
(75, 75)	$x + y = 150$ $-x + y = 0$	6000
(120, 30)	$x + y = 150$ $x = 120$	6900 Máximo
(30, 30)	$x + y = 60$ $-x + y = 0$	2400
(60, 0)	$x + y = 60$ $y = 0$	3000
(120, 0)	$x = 120$ $y = 0$	6000



Respuesta:

- Máximo en (120,30), igual a 6900
- Mínimo en (30,30) igual a 2400

3. **(20 ptos.) Un problema sobre Programación lineal**

   Una persona debe cumplir una dieta que le exige consumir por semana al menos 1 kg. de carbohidratos y 0.5 kg. de proteínas. Para ello cuenta con dos alimentos que llamaremos (A) y (B) que están constituidos exclusivamente por carbohidratos y proteínas.

   El alimento (A) contiene 80 % (en peso) de carbohidratos y el resto de proteínas, mientras que el alimento (B) contiene 60 % de carbohidratos y el resto de proteínas. El kilo del alimento (A) cuesta \$2000 y el kilo del alimento (B) \$6000.

   ¿Qué cantidad de cada alimento deberá consumir la persona, para que el costo de su dieta sea mínimo?

   Solución: Sean

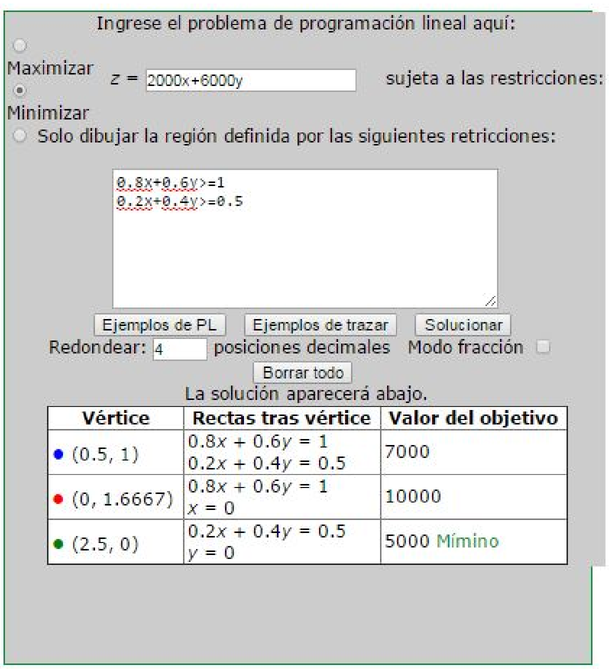
   - x = kilos de alimento (A)
   - y = kilos de alimento (B)

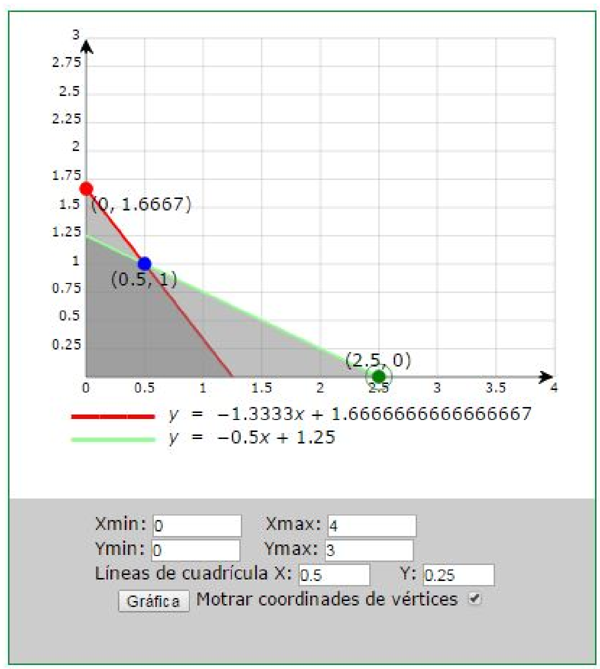
   Luego, el modelo matemático de este problema es:

   Minimizar la función $C = 2000x + 6000y$

   sujeto a

$$\left\{\begin{array}{r} 0{,}8x + 0{,}6y \geq 1 \\ 0{,}2x + 0{,}4y \geq 0{,}5 \\ x, y \geq 0 \end{array}\right.$$





   Respuesta: Para minimizar los costos, se deben comprar 2 kilos y medio del alimento (A) y nada del alimento (B)