



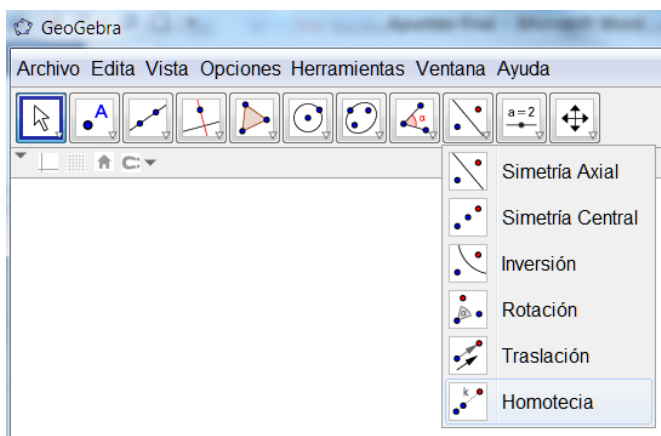
Transformaciones geométricas con Geogebra



Una **transformación geométrica** T del plano es una función del plano en sí mismo, es decir, a cada punto P le hace corresponder un único punto $T(P)=P'$ del mismo plano.

- $P' = T(P)$ es la imagen de P por la transformación T . P' y P se dicen puntos homólogos respecto de T .
- Sea F una figura (conjunto de puntos). $T(F)$ es el conjunto de todos los puntos $T(P)$ tales que P es punto de la figura F .

Menú Transformaciones en GGB

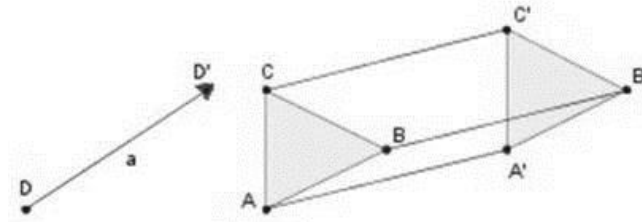


Nota. Las transformaciones geométricas: traslaciones, reflexiones, rotaciones, la simetría respecto de un punto pertenecen a una clase especial de transformaciones geométricas del plano, llamadas *Isometrías* o *movimientos rígidos* del plano.



Isometrías con GGB

Traslación



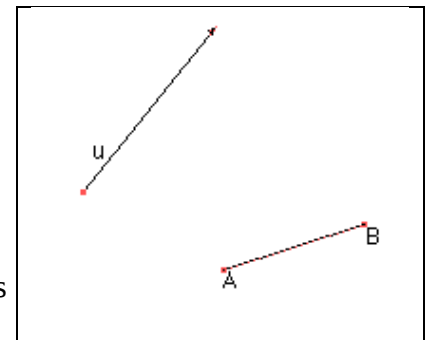
Dado un vector $\mathbf{u}$ (segmento dirigido), que determina la traslación $T_{\mathbf{u}}$.

Crear un segmento de recta AB

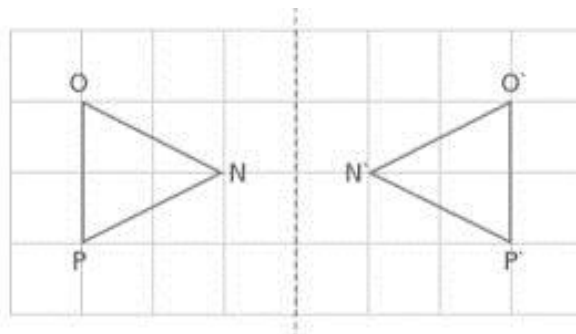
- Menú [Transformaciones]-[Traslación]

Haciendo clic en el punto A, se obtiene $T_{\mathbf{u}}(A)$.

Haciendo clic en el segmento AB, se obtiene $T_{\mathbf{u}}(AB)$, que es un segmento de recta congruente con AB.



Reflexión, o simetría axial, o simetría ortogonal



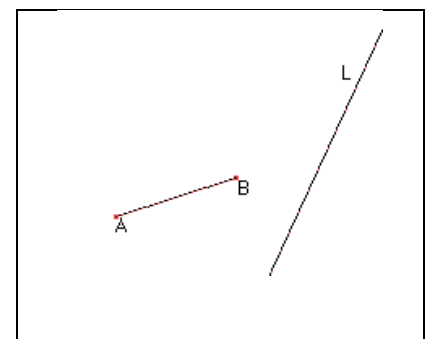
Dada una recta L (que determinará S_L)

Crear un segmento AB.

- Menú [Transformaciones]-[Simetría axial]

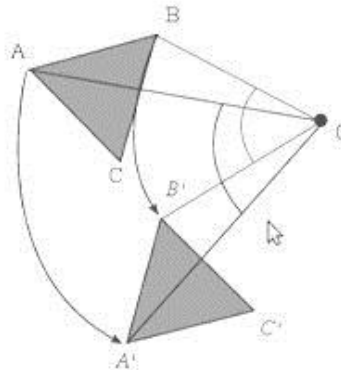
Haciendo clic en el punto A, se obtiene $S_L(A)$, la reflexión del punto A con respecto a la recta L (eje de simetría).

Haciendo clic en el segmento AB, se obtiene $S_L(AB)$.





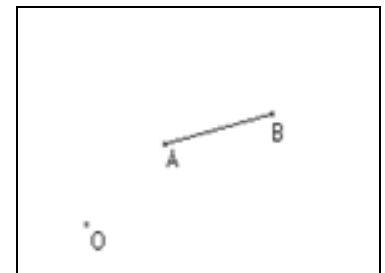
Rotación



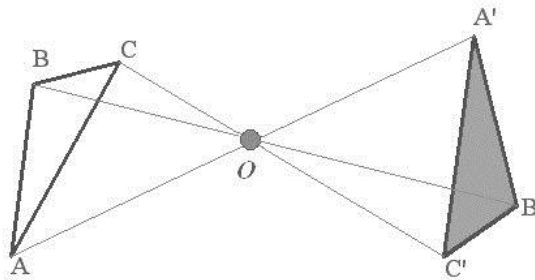
Construir un ángulo α . Crear un punto O (centro de la rotación).
Construir un segmento AB.

- Menú [**Transformaciones**]-[**Rotación**]

Aplicando el comando rotación obtener $R_\alpha(AB)$, la rotación del segmento AB en un ángulo α en torno a O.



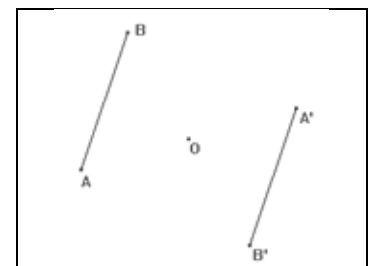
Simetría (puntual)



Crear un punto O, centro de simetría.
Construir un segmento de recta AB.

- Menú [**Transformaciones**]-[**Simetría central**]

Aplicando el comando simetría central, obtener el simétrico de AB con respecto a O.





Actividades

Actividad 1. Composición de traslaciones

Para iniciar esta actividad generar una escena nueva en GGB y en ella construir: cuadrilátero ABCD y dos vectores u y v (o bien, abrir el archivo actividad1.ggb)

Usando la herramienta traslación:

- Construir la imagen $A'B'C'D'$ del cuadrilátero ABCD por la traslación u .
- Construir la imagen $A''B''C''D''$ del cuadrilátero $A'B'C'D'$ por la traslación v .

Se puede desplazar los puntos A,B,C,D y los extremos de cada vector.

1. Modificar la dirección o sentido o magnitud de los vectores dados, para visualizar el rol de cada uno.
2. Ocultar el cuadrilátero $A'B'C'D'$. Construir los segmentos AA'' , BB'' , CC'' y DD'' . ¿Qué puede decir de estos segmentos?
3. ¿Cuál es la isometría que transforma *directamente* ABCD en $A''B''C''D''$?. Describirla.
4. Establecer una conclusión derivada de esta actividad.

Actividad 2. Composición de reflexiones (o simetrías axiales).

Abrir el archivo reflexion.ggb La figura muestra:

- un polígono $F=ABCDE$ y las rectas $L1 \parallel L2$, y la recta X , perpendicular $L1$
Las rectas determinan las reflexiones con ejes $L1$, $L2$ y X respectivamente, que serán denotadas con las mismas letras.

1. Sin usar la herramienta [**Simetría Axial**] y apoyándose en la grilla, construir $F1=L1(F)$ y $F2= X(L1(F))$.
2. Usar la herramienta [**Simetría Axial**] para verificar (1). ¿Existe una isometría que transforme directamente $F1$ en $F2$?.
3. Construir $G1= L2(L1(F))$. Determinar si es que existe, una isometría que transforme directamente F en $G1$.



Actividad 3. Aplicando rotaciones.

Abrir la figura rotacion.ggb. La figura muestra:

- un triángulo ABC, un punto O y el número α que representa la medida de un ángulo en grados. Sea R la rotación en el ángulo α , de centro O.
 - un triángulo DEF, que se usará en el ítem 4.
1. Construir el triángulo $A'B'C'$, imagen de ABC por la rotación R de centro O, en el ángulo α .
 - a. Verificar que los triángulos ABC y $A'B'C'$ son congruentes.
 - b. ¿Cuál es la medida del ángulo AOA' ?, y del ángulo BOB' ?
 2. Ocultar el centro O.
Sabiendo que $A'B'C'$ es la imagen de ABC por la rotación R en un cierto ángulo, en torno a un punto, construir geoméricamente el centro de la rotación.
 3. Sea $F_1 = A'B'C' = R(ABC)$. Construir $F_2 = R(F_1)$. Describir una isometría que transforme directamente ABC en F_2 .
 4. Sabiendo que el triángulo DEF es la imagen de F_2 por una rotación, determinar su centro y ángulo de rotación.
 5. ¿Existe una rotación R' que transforma el triángulo ABC en el triángulo DEF?¹.
 6. ¿Qué conclusiones puede sacar de esta actividad?

Actividad 4. Componiendo simetrías

- Crear en la ventana de *Geogebra*: dos puntos O y E y un triángulo ABC.
1. Construir la imagen F' simétrica del triángulo ABC con respecto al punto O.
Construir la imagen F'' simétrica de F' con respecto al punto E.
 2. Cuando O y E son puntos distintos, verificar que existe una isometría que transforma directamente F en F'' . Precisar la isometría.

¹ La respuesta la puede buscar en <http://www.acorral.es/compoiso.htm>



Actividad 5. Descubriendo isometrías

Abrir el archivo [transf-isom.ggb](#).

El archivo presenta un conjunto de figuras congruentes a F, dispuestas en una grilla.

- a) Determinar, si es que existe, una isometría que transforme F en F1, una isometría que transforme F en F2, etc.

Completar la tabla:

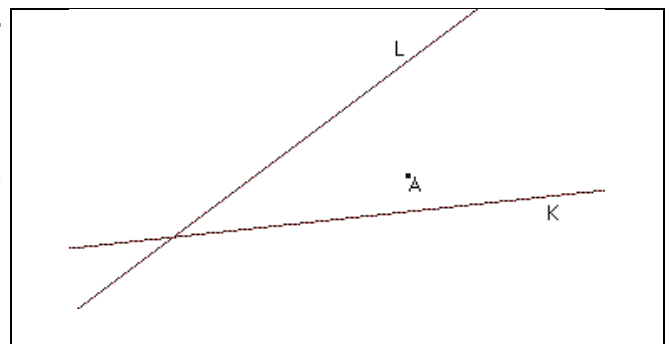
	Isometría(s)
$F \rightarrow F1$	
$F \rightarrow F2$	
$F \rightarrow F3$	
$F \rightarrow F4$	
$F \rightarrow F5$	

- b) Realizar una actividad similar a la anterior, considerando como figura de referencia a F3.

Actividad 6. Un problema

Sean L y K dos rectas y sea A un punto (ver figura).

Construir un punto D en la recta L y un punto E en la recta K tal que el punto A sea punto medio del segmento DE



1. Exploración con Geogebra.

- Construir un punto Q, cualquiera, en la recta L
- Construir el punto Q' tal que A sea punto medio del segmento QQ'. Describir la construcción.
- Desplazar el punto Q en la recta L. Observar la figura que describe Q'.



¿Existe una posición(es) de Q en la recta L tal que su correspondiente Q' se encuentre en la recta K ?

- d) En base a la exploración realizada, identificar una isometría que permite resolver el problema.

2. Construcción

Resolver el problema y discutir la construcción.

Referencias

1. Alsina, C., Trillas, E. [1984]. *Lecciones de Algebra y Geometría*. Editorial Gustavo Gill, S.A.
2. Clemens, et all. [1998]. *Geometría*. Addison Wesley L.
3. García J., Bertran, C. [1988]. *Geometría y experiencias*. Addison Wesley.
4. Schuman, H; Green, D. *Discovering Geometry with a Computer*. Chartwell-Bratt. 1994.