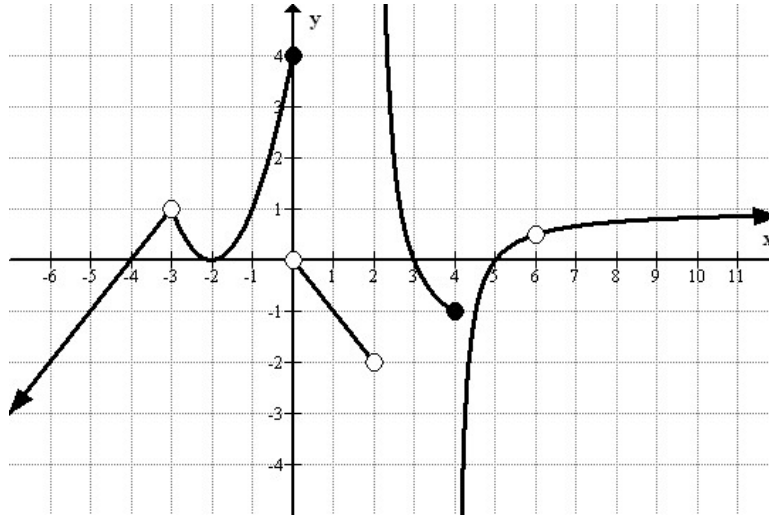


### 14.3 Guía 3: Continuidad

- 1) Considerar la función  $y = f(x)$  cuyo gráfico es:



Determinar todos sus puntos de discontinuidad. Establecer si dichas discontinuidades son reparables o no.

- 2) Considerar la función

$$y = f(u) = \begin{cases} u^2 & \text{si } u \leq -2 \\ au + b^2 & \text{si } -2 < u < 2 \\ 2u - 5 & \text{si } u \geq 2 \end{cases}$$

Determinar, en caso que existan, los valores de las constantes  $a$  y  $b$  de modo que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

- 3) Considerar la función

$$y = f(t) = \begin{cases} a + bt & \text{si } t > 2 \\ 3 & \text{si } t = 2 \\ b - at^2 & \text{si } t = 1 \\ t + 1 & \text{si } t < 2 \end{cases}$$

Determinar, en caso que existan, los valores de las constantes  $a$  y  $b$  de modo que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

- 4) Considerar la siguiente función definida por tramos:

$$y = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{ax + b} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ -6b & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determinar los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  de modo que  $f$  sea continua en el mayor subconjunto posible de  $\mathbb{R}$ . Graficar la función obtenida.

- 5) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones. Clasificar los puntos de discontinuidad.

$$a)y = f_1(x) = \frac{3-x}{3-\sqrt{x^2-9}} \quad b)y = f_2(x) = \frac{x+2}{x^3-8} \quad c)y = f_3(x) = \frac{3-\sqrt{x-5}}{x-4}$$

$$d)y = f_4(t) = \frac{\tan t}{t^2+1} \quad e)y = f_5(x) = \frac{\cos x}{1-\cos x} \quad f)y = f_6(x) = \frac{x^4+5x-3}{2-\sqrt{x^2+4}}$$

$$g)y = f_7(x) = \frac{\tan x - \sin x}{x^2} \quad h)y = f_8(z) = \frac{\tan(2z)}{z} \quad i)y = f(w) = |w - w^3|$$

- 6) Trazar la gráfica de **una** función  $y = f(x)$  definida en  $\mathbb{R}$  que cumpla *simultáneamente* cada una de las siguientes condiciones:

- Tenga una discontinuidad reparable en  $x = -5$
- Tenga una discontinuidad irreparable en  $x = -3$
- No sea continua en  $x = 0$
- Sea discontinua en  $x = 0$
- Exista finito  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- Sea discontinua en  $x = 2$
- No exista  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

- 7) Dar un ejemplo de una función (indicando su fórmula), para *cada uno* de los siguientes requerimientos:

- Sea continua en  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$
- Sea discontinua en un conjunto infinito.
- Tenga dominio  $[0, 1]$  y sea discontinua en un conjunto infinito.
- Sea discontinua en todo  $\mathbb{R}$ .