14.4 Guía 4: Derivada de una FRVR

1) Considerar la función $y = f(x)$ cuyo gráfico es:

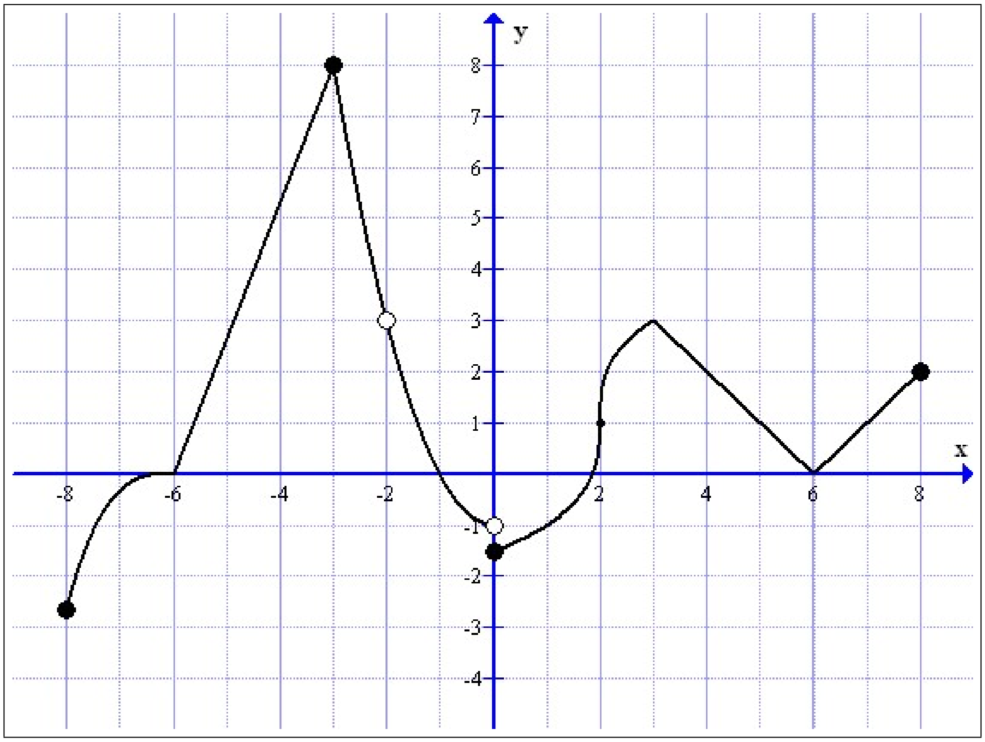


Gráfico de $y = f(x)$

a) Graficar sus rectas tangente en sus puntos de abscisas $x = -5$, $x = 1$, $x = 2$ y $x = 7$.

b) Indicar las abscisas de todos los puntos donde el gráfico de f:

i) No tiene recta tangente.

ii) Su recta tangente no tiene pendiente.

iii) Su tangente tiene pendiente $\frac{8}{3}$.

iv) Su tangente es paralela a la recta $y + 2x = 0$.

v) Su tangente es perpendicular a la recta $y + x = 0$.

2) La siguiente tabla de valores muestra un conjunto de datos, que corresponden a ciertos puntos o pares ordenados (x, y) de una función $y = f(x)$.

x	y
0	-0.25
0.2	-0.002
0.4	0.234
0.6	0.446
0.8	0.622
1	0.75
1.2	0.818
1.4	0.814
1.6	0.726
1.8	0.542
2	0.25

a) Estimar el valor de $f'(1)$.

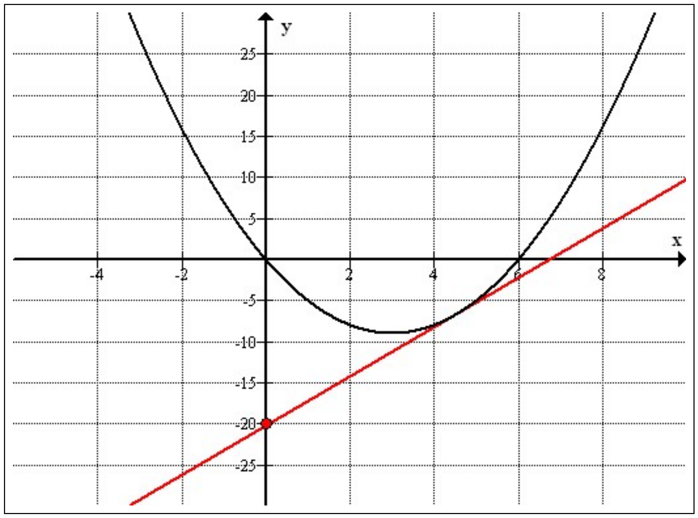
b) Estimar la ecuación de la recta tangente a $y = f(x)$ en su punto $(1, 0.75)$.

c) Hacer un esbozo de los gráficos de $y = f(x)$ e $y = f'(x)$.

3) Usando la definición correspondiente, calcular la derivada de las siguientes funciones y determinar una ecuación de la recta tangente a la curva en el punto indicado:
a) $y = \sqrt{x}$, $P = (1, 1)$. b) $y = \frac{1}{x}$, $x = a$. c) $y = \sin x$, $(0, 0)$.

4) Dada la curva C correspondiente al gráfico de la función $y = x^3 - x + 2$. Determinar el área del triángulo que forman su recta tangente en su punto $(2, 8)$, su recta normal (*recta perpendicular a la recta tangente*) en el punto $(2, 8)$ y el eje X. Hacer un gráfico de la situación planteada.

5) En el siguiente gráfico la curva es la parábola de ecuación $y = x^2 - 6x$. Determinar una ecuación de la recta tangente que aparece graficada.



6) El siguiente gráfico corresponde a la *derivada* $f'(x)$ de cierta función $y = f(x)$.

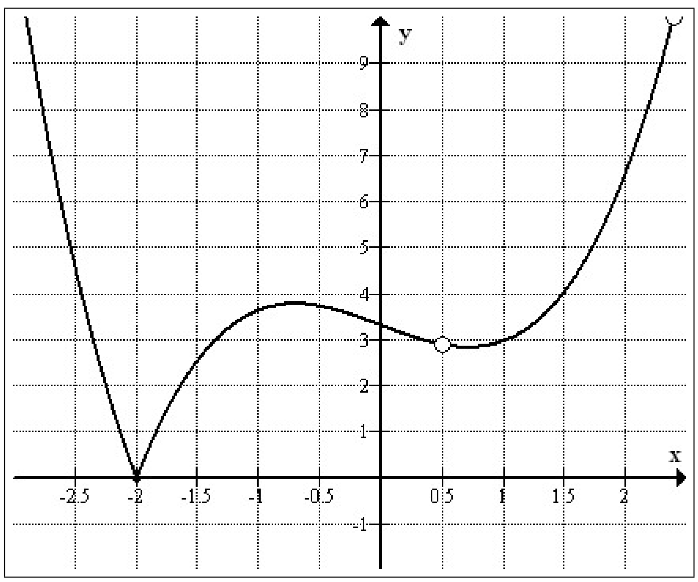


Gráfico de $y = f'(x)$

Sea C el gráfico de $y = f(x)$. Determinar el valor de verdad, de cada una de las siguientes aseveraciones:

a) La curva C tiene 2 rectas tangentes horizontales.

b) La curva C tiene 3 rectas tangentes paralelas a la recta $y = 3x - 3$.

c) Si $(1.5, 3)$ es un punto de C, entonces la ecuación de la recta tangente en este punto es $y = 4x - 2$.

d) $y = f(x)$ es una función continua en el intervalo $]0, 2[$.

7) En el siguiente dibujo se muestra el gráfico de la parábola $y = x^2 + 1$.

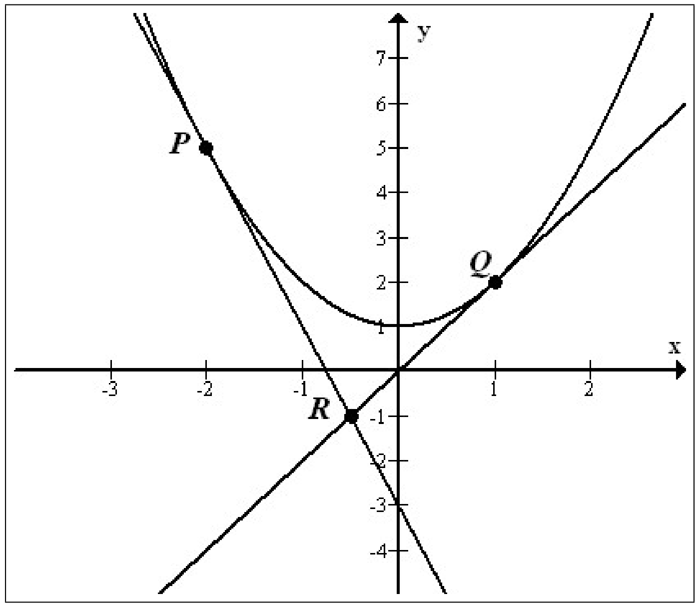
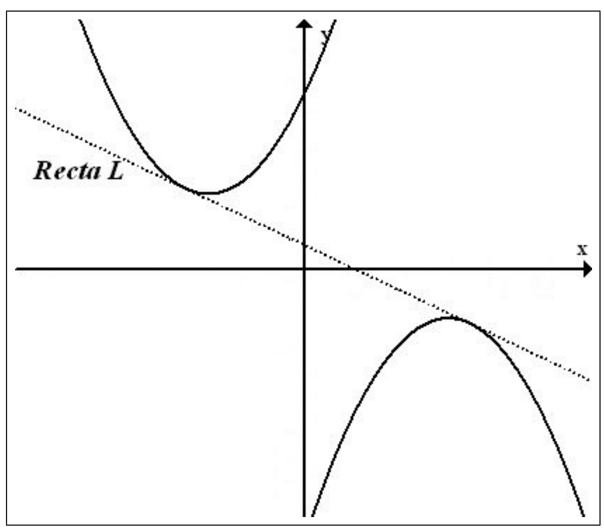


Gráfico de $y = x^2 + 1$

Sabiendo que $P = (-2, 5)$ y $Q = (1, 2)$, determinar las coordenadas del punto R.

8) En el siguiente dibujo se muestra el gráfico de $y_1 = x^2+4x+7$, $y_2 = -x^2+6x-11$ y la recta L.



Gráficos de y_1, y_2 y la recta L

Determinar la ecuación de la recta L.

9) En cierto *instante* los móviles A y B cuyas trayectorias siguen, respectivamente, las siguientes ecuaciones:

$$s_1(t) = t^3 - 45t + 100 \qquad \text{y} \qquad s_2(t) = 3t^2 + 60t - 439$$

donde s viene medido en metros y s en segundos.

a) Calcular la velocidad promedio del móvil A entre los 4 y 7 segundos.

b) Determinar las velocidades (instantáneas) de los móviles A y B en un instante cualquiera.

c) Calcular la velocidad (instantánea) del móvil B en $t = 0$.

d) Sabiendo que en un instante ambos móviles se encuentran en el mismo lugar y con la misma velocidad. Indicar el instante en que sucede esto.

10) La concentración en la sangre de un determinado medicamento disminuye con el tiempo según la función

$$C = C(t) = 1.5e^{-0.25t}$$

donde t se mide en horas y C en $\frac{gramos}{litros}$. Calcular:

a) La razón de cambio promedio de la concentración en el intervalo $[1, 2]$. Interpretar el resultado.

b) La razón de cambio instantánea después de 3 horas. Interpretar el resultado.