

El computador en la enseñanza de la matemática.

**Claudio del Pino O.
Juana Contreras S.
Universidad de Talca
Instituto de Matemática y Física**



La naturaleza del aprendizaje y enseñanza de la matemática ha cambiado escasamente desde los días de Euclides. Las rutas de entrada a la matemática, el tipo de actividades propuestas al estudiante, el tipo de interacción disponible en la sala de clases entre profesor-alumno y alumno-alumno han sido determinadas por la tecnología del papel y lápiz y por una pedagogía compatible que sigue dependiendo fuertemente de clases expositivas, ejercitación y pruebas. Con el desarrollo de ambientes computacionales innovadores, guiados por una nueva visión de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, enfoques radicalmente nuevos están surgiendo. En el presente artículo, se exploran los principales aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, que se verán directamente favorecidos con la incorporación de los computadores en el quehacer docente de los profesores de matemática.

En los últimos años, los procesos involucrados en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, han sido objeto de múltiples y variados estudios por parte de matemáticos, educadores y psicólogos. Desgraciadamente, la gran mayoría de los aportes de estas investigaciones y experiencias, no han llegado a imprimir un cambio significativo en los estilos tradicionalmente usados en la enseñanza de la matemática.

Es así, como la enseñanza actual de la matemática sigue, en la práctica, el esquema tradicional de clases (Burkhardt y Fraser, 1992; Cornu, 1992), el cual ha sido reconocido como el método menos efectivo para aprender matemática (NRC, 1989). Esta situación queda caracterizada, de una manera exagerada, por:

1. **El profesor** entrega la explicación de un concepto.
2. **El profesor** entrega ejemplos.
3. **El profesor** desarrolla ejercicios.
4. **El profesor** pide a sus alumnos que desarrollen algunos ejercicios en tareas y pruebas, los que en general, son del mismo tipo de los que él ha explicado.
5. Vuelta al punto (1).

Este esquema docente está claramente centrado en un profesor expositor y un estudiante pasivo, en el cual, los roles que juegan los actores del proceso educativo: *profesor*, *matemática* y *alumno*, están caracterizados por:

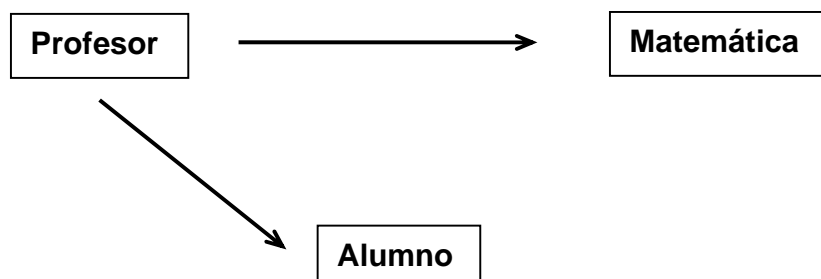
- El profesor:
 - Es el centro del proceso.
 - Prepara y expone sus clases.
 - Ejemplifica sus explicaciones.
 - Desarrolla ejercicios.
 - Propone ejercicios similares a sus alumnos.
 - En las evaluaciones, incorpora ejercicios del mismo tipo a los previamente trabajados.

- El alumno:
 - Es un actor pasivo del proceso.
 - Traspasa, de alguna manera, la información entregada por el profesor a sus apuntes.
 - Ejercita y practica *modelos* de resolución de problemas típicos.
 - En general, no alcanza a comprender cabalmente los conceptos involucrados.
 - No logra interactuar fluídamente con la matemática.
 - Su secuencia metodológica de actividades gira en torno a (Mac Lane en Atiyah, 1994):

Lectura --- Memorización --- Prueba

- La matemática:
 - Se transforma e identifica como un conjunto de procesos mecánicos y repetitivos.
 - Los problemas que se trabajan, son *preparados* para simplificar su operatoria, lo que los aleja de contextos reales.

En este esquema tradicional de enseñanza, la triple relación entre profesor - matemática - alumno, se puede visualizar en un diagrama del siguiente tipo:



Entre los múltiples modelos alternativos que se han propuesto y explorado para tratar de revertir la situación descrita, se pueden mencionar, la enseñanza de la matemática centrada en:

-
- las aplicaciones.
 - la resolución de problemas.
 - el desarrollo de modelos matemáticos de diferentes situaciones de la realidad.
 - los preconceptos del estudiante.
 - la incorporación de tecnología, especialmente de calculadoras gráficas y computadores, a través del uso de la gran variedad de software de propósitos matemáticos y/o docentes existentes.

Entre estas opciones de cambio, una que aparece atractiva de profundizar para un número creciente de educadores, por las proyecciones que múltiples estudios sugieren (Gómez; Corbitt, 1985; NRC, 1989) y puesto que ella representa una tendencia casi inevitable (Arnold, 1995), es incorporar el computador como un apoyo relevante en la enseñanza de la matemática. Entre las ventajas de esta alternativa, es que el computador permite fundamentalmente:

- Implementar con facilidad situaciones muy cercanas y características del quehacer matemático (Cornu, 1992): exploración (abierta y dirigida), modelación, procesos inductivos, verificación de modelos, manejo de gran cantidad de información, etc..
- Hacer un uso más eficiente del tiempo disponible, al evitar las largas prácticas de procesos mecánicos, tales como: cálculos numéricos, operatoria algebraica simbólica, resolución de ecuaciones, etc.. Parte importante del tiempo ahorrado, se puede ocupar en insistir en los aspectos conceptuales que, en general, son más delicados y necesarios en las aplicaciones.
- Graficar, de manera elemental, toda situación modelada en el plano o el espacio. Estas visualizaciones favorecen la exploración y el descubrimiento por parte del estudiante (Ralston 1992).
- Implementar, con escaso trabajo, modelos matemáticos basados en procesos iterativos y algorítmicos (Churchhouse, 1992).
- Generar un renovado interés en la enseñanza de la geometría, con el uso de los ambientes dinámicos que ofrecen software de propósitos geométricos como el Cabri Geométrico, Sketchpad (Geometra), Dr Geo, Declic, etc.
- Usar la gran cantidad disponible de software de propósitos matemáticos generales (*DERIVE*, Maple, Mathematica, Theorist, etc.), los que usualmente son de un uso y manejo razonablemente simple.

La mayoría de los esfuerzos por incorporar el computador en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, han surgido de la inquietud de profesores entusiastas, los cuales han partido introduciendo parcialmente el computador en el contexto de un curso tradicional. Las diferentes modalidades diseñadas se concentran en implementaciones computacionales de:

- Demostraciones para las clases.
- Guías para trabajo personal.
- Implementación de talleres computacionales (individuales o grupales), especialmente diseñados para trabajar en matemática.
- Creación de bancos de problemas, pruebas y ejercicios.
- Generación de tutoriales, para dirigir y acompañar el aprendizaje del alumno.

La gran desventaja que, en la práctica han tenido estos intentos, es que al ser implementaciones sobre cursos tradicionales, en término de contenidos y la relación entre ellos; el computador ha pasado inevitablemente, a jugar un papel secundario y poco natural en el esquema global del curso. Por esta razón, las futuras propuestas deberían integrar los siguientes aspectos:

- El computador y otros elementos que la tecnología ofrece (especialmente el data-show) deben estar completamente integrados al ambiente de aprendizaje (Cornu, 1992), es decir, el computador debe estar presente en y entre los tres ángulos del proceso educativo: profesor, matemática y alumno.
- La sala de clases debe ser sustituida, en parte importante del quehacer docente, por un laboratorio de computación.
- La metodología de enseñanza debe estar centrada en el alumno y basada, en una perspectiva constructivista, especialmente en actividades exploratorias (individuales y grupales).

De esta manera, es evidente, que los roles que asumen en el proceso educativo sus principales actores, deben cambiar substancialmente, como también surgir una nueva interacción entre ellos, tanto por la incorporación de la tecnología como por el cambio de estilo en las estrategias metodológicas (Cornu, 1992). Así, entonces los roles de cada uno, en el nuevo esquema, deberán ser:

El profesor + computador:

- Modifica su relación con la matemática, lo que lo lleva a modificar sus metodologías de enseñanza (Ralston, 1992).
- Prepara demostraciones, usando el computador, con el fin de ilustrar, visualizar e iluminar los principales conceptos (Aleman; Waits y Demana, 1996).
- Multiplica y varía a gusto los ejemplos y ejercicios.
- Pone más énfasis en los conceptos, en los tiempos ahorrados en cálculos rutinarios.
- Diseña nuevas situaciones de aprendizaje implementadas en software de propósitos matemáticos (Ralston, 1992), las que tienen por objetivo conducir a sus alumnos a espacios variables de exploración activa.
- Enfatiza actividades de trabajo grupal (Cornu, 1992).
- Cambia el foco de sus metodologías: de un énfasis en destrezas manipulativas a un énfasis en el desarrollo de conceptos, relaciones, estructuras, y destrezas en la resolución de problemas (Corbitt, 1985).

El alumno + computador:

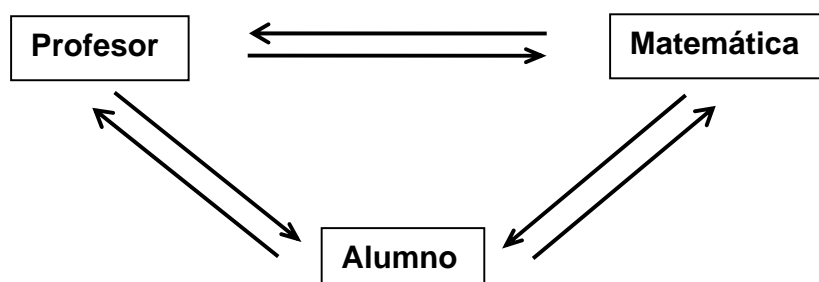
- Usando el material preparado por el profesor, practica y ejercita actividades no repetitivas de inducción, deducción, ejemplos, contra-ejemplos; planteamiento, confirmación o refutación de hipótesis, etc.. Se transforma así en un agente investigador y en constructor de su propio aprendizaje (Aleman; Corbitt, 1985).
- En los ambientes interactivos de exploración, experimentación y descubrimiento, él podrá formularse sus propias preguntas y buscar por sí solo las respectivas respuestas (Ralston, 1992).

- Ve incrementada su capacidad de imaginación e intuición con el apoyo de las capacidades gráficas del computador (Ralston, 1992).
- Realiza su trabajo de manera autónoma (Burkhardt, 1992; Cornu, 1992) y a su propio ritmo. A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, empieza a aprender de sus errores (Aleman).
- Incrementa sus niveles de comprensión de los conceptos, lo que afecta positivamente su interés, confianza y relación con la matemática.
- Su secuencia metodológica de actividades, gira en torno a (Mac Lane en Atiyah, 1994): Intuición - Prueba - Error - Especulación - Conjetura - Comprobación

La matemática + computador:

- Se disminuye drásticamente todo el trabajo reiterativo y mecánico (Waits y Demana, 1996).
- Al presentar un ambiente de trabajo con cálculos numéricos y simbólicos asistidos computacionalmente, se pueden trabajar problemas con datos reales, lo que le da un mayor nivel de cercanía al estudiante y amplía considerablemente sus rangos de posibilidades.
- Se privilegian procesos algorítmicos (Cornu, 1992).
- Los conceptos y problemas pueden abordarse combinando y comparando sus representaciones gráficas, numéricas y algebraicas (Arnold, 1995; Gómez).
- Se transforma en una ciencia experimental (Ralston, 1992), sin perder su característica especial basada en actividades relevantes de demostraciones (Cornu, 1992).

De esta manera, la triple relación entre profesor - matemática - alumno, se visualizaría ahora en un diagrama con las siguientes interacciones:



La incorporación de la tecnología, especialmente el computador, con el fin de innovar creativamente y permear todos los espacios metodológicos en la enseñanza de la matemática, nos pone frente a una serie de problemas y desafíos aún no resueltos. Algunos de ellos son:

- Desarrollar programas de investigación, experimentación y crítica reflexiva en el uso de la informática y el computador como una ayuda para la enseñanza de la matemática. Dichos programas deben apuntar a los tipos de conocimiento y a las maneras y condiciones como ellos pueden ser enseñados con el apoyo del computador.

-
- Establecer canales de comunicación expeditos, de modo que los docentes sean oportunamente informados de los resultados de las investigaciones en esta área, y al mismo tiempo puedan compartir los resultados de sus propias experiencias.
 - Revisar y diseñar un nuevo curriculum de las asignaturas de matemática (Hill, 1993). Para ello se deben investigar los nuevos contenidos indispensables, teniendo presente la incorporación global y permanente del computador. Esto incluye determinar como se afectan los énfasis, niveles, exigencias y evaluación.
 - Diseñar las actividades del curso, en y fuera de la clase-laboratorio.
 - Generar nuevos textos (Ralston, 1999) y materiales para acompañar el desarrollo del nuevo curriculum de matemática.
 - Determinar los conocimientos y habilidades mínimas que se deben entregar a los estudiantes, para que adquieran las destrezas necesarias en el uso del computador de modo que sean capaces de prever e interpretar resultados erróneos que la máquina pueda entregar, ya sea producto de su mal manejo, o de redondeos, truncamientos u overflows.
 - Capacitar a los actuales y futuros profesores de matemática en el manejo y posibilidades de uso del computador en la enseñanza de esta disciplina (Ralston, 1992; Cornu, 1992). En particular (Corbitt, 1985), los profesores deberán estar capacitados para: tomar decisiones curriculares acerca de la estrategias y lugar apropiado para usar la tecnología; comprender la manera como las capacidades gráficas del computador pueden ayudar a la transición de experiencias concretas a ideas matemáticas abstractas y elaborar evaluaciones apropiadas para el trabajo de los estudiantes en el computador.
 - Dotar a los establecimientos educacionales de laboratorios computacionales y a los profesores de computadores personales.

Es evidente que, el solo hecho de incorporar el computador en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, no produce automáticamente efectos positivos. Por lo tanto, se deben continuar e incrementar las investigaciones y experimentaciones sobre el uso del computador como ayuda para la enseñanza de la matemática. Esperanzadores resultados se han obtenido hasta el momento (Resmer). Como es de suponer, el computador en el contexto que nos preocupa, debe convivir integradamente con las estrategias clásicas de la enseñanza de la matemática. Ninguna estrategia, por sí sola, puede ser la solución para el desafío de mejorar la enseñanza de la matemática (Resmer).

Como se puede observar, el camino emprendido en la incorporación de los computadores en la enseñanza de la matemática, está recién empezando a recorrerse. Dependerá de los esfuerzos que todos los interesados en este tema hagamos, para que el avance tenga la efectividad y rapidez que nuestros alumnos necesitan y que toda la sociedad está esperando.

Bibliografía:

- Aleman, A. *La Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora*, Versión Internet: <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>

-
- Arnold, S. (1995) *Encouraging Strategic Software Use*, Mathematical Bytes, 3(2).
 - Atiyah, M. F. et al, (1994) *Responses to: Theoretical Mathematics: Toward a Cultural Synthesis of Mathematics and Theoretical Physics*, Bulletin American Mathematical Society (New Series), 30 (2), 178-211.
 - Burkhardt H. y Fraser, R. (1992) *An overview*, The influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching, Editores: B. Cornu y A. Ralston, UNESCO, 1-10.
 - Corbitt, M. (ed), (1985) *The Impact of Computing Technology on School Mathematics: Report of an NCTM Conference*, Mathematics Teacher, 78 (4), 14-18.
 - Cornu, B. (1992) *Computers as an aid to Teaching and Learning Mathematics*, The influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching, Editores: B. Cornu y A. Ralston, UNESCO, 25-32.
 - Churchhouse, R. (1992) *The Effect of Computers on Mathematics*, The influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching, Editores: B. Cornu y A. Ralston, UNESCO, 2-18.
 - Gómez, P., *Tecnología y educación matemática*, Versión Internet: <http://www.globalknowledge.org:1997/cg97/docs/tecnomat.htm>
 - Hill, M. (1993) *Math Reform: No technology, No Chance*, Electronic Learning 12 (7)
 - National Research Council, (1989), *Everybody Counts: A Report to the Nations on the Future of Mathematics Education*, (resumen), Notices of the A.M.S., 36 (3), 227-240.
 - Ralston, A. (1992) *The impact of computers and computer science on the mathematics curriculum*, The influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching, Editores: B. Cornu y A. Ralston, UNESCO, 19-24.
 - Ralston, A. (1999) *Let's Abolish Pencil-and-Paper Arithmetic*, Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, 18 - (2), 173 -194.
 - M. Resmer, J. Mingle y D. Oblinger, *Computers for All Students: A Strategy for Universal Access to Information Resources*.
Versión Internet: <http://192.52.179.128/program/nlii/keydocs/csu.comps.4.kids.html>
 - Waits, B. y Demana, F. (1996) *A computer for all Students - Revisited*, Mathematics Teacher - online, 89 (9).