Representación gráfica de ondas transversales y longitudinales

Walter Bussenius Cortada[3]

Universidad de Talca
Instituto de Matemática y Física

Resumen:
El presente trabajo muestra y explica como representar, para un instante determinado, una onda longitudinal, esto generalmente se hace sólo para ondas transversales mediante funciones trigonométricas seno y coseno. En el caso de las ondas longitudinales la función que permite describir la posición de los distintos puntos resulta algo más complicada ya que la propagación y la perturbación están sobre el mismo eje. A lo anterior se agrega una representación gráfica mediante una planilla de cálculo, que permite la comparación de dos ondas con distinta amplitud, longitud y ángulo de fase, tanto de tipo transversal como longitudinal.

Introducción:
La mayor parte de los textos de Física en que se trata el tema de ondas presentan esquemas de éstas de los tipos transversal y longitudinal. Al escribir una función que describa la perturbación de un punto en función del tiempo, las funciones que se asocian por excelencia son las trigonométricas seno y coseno. Para el caso de una onda transversal que se propaga sobre el eje horizontal (**X**) y en que la perturbación se presenta en el eje vertical (**Y**), dicha función es de la forma:

$$\mathbf{Y(t) = A\ sen\ (wt + ø)} \tag{1}$$

en donde **w** corresponde a la frecuencia angular de la onda, **A** su amplitud y **ø** un ángulo de fase.

Para el caso de una onda longitudinal, en las mismas condiciones de propagación anteriores, dicha función toma la forma:

$$\mathbf{X(t) = A\ sen\ (wt + ø)} \tag{2}$$

Sin embargo, si imaginamos hacer una fotografía de un medio perturbado en cierto instante, la función que describe ese comportamiento para la onda transversal sería:

$$\mathbf{Y(x) = A\ sen\ (2\ \pi\ x/L + ø)} \tag{3}$$

en que **L** representa la longitud de dicha onda.

La situación recién descrita para una onda longitudinal habitualmente no se encuentra en los textos de física general (ver ref. 1 a 5). El problema es evidente, se trata de describir la

[3] e-mail: wbussen@utalca.cl

posición en un eje respecto del mismo eje. En este trabajo se presenta y justifica una función que permite esta descripción y posteriormente se muestra cómo es posible graficarla empleando una planilla de cálculo y al mismo tiempo comparar la forma de dos funciones de distintas amplitud, longitud y ángulo de fase.

Los objetivos de este trabajo son, por un lado mostrar y justificar una función que describa una onda longitudinal, y por otro, graficar (en una planilla de cálculo) y comparar ondas de tipo longitudinal.

Teoría:

En una onda transversal la perturbación es perpendicular a la propagación, por ende, para determinar la posición de un punto es suficiente con tener la coordenada de dicho punto y la perturbación se expresa en un eje perpendicular al que describe la ubicación del punto. Una función de tipo senoidal describe perfectamente este tipo de situaciones. Si la posición se asocia al eje **x**, la perturbación se asocia al eje **y**, de manera que mientras la posición de la partícula varía en el eje vertical, en el eje horizontal no se inmuta.

Si imaginamos una cuerda que sufre una perturbación, para cierto instante, la posición y el estado de perturbación de los distintos puntos de la cuerda vienen dados por la función:

$$\mathbf{Y(x) = A\ sen(2\ \pi\ x/L + \o)} \tag{4}$$

Aquí **x** denota la posición en la cual se esta analizando la perturbación, **Y** representa la elongación, es decir la cuantía de la perturbación. La letra **A** denota la amplitud de la onda, **L** la longitud de ella y finalmente **ø** representa un ángulo de fase, que relaciona el estado de perturbación en el origen del sistema coordenado posición inicial del punto.

A continuación se presenta dos situaciones, una sin perturbar (línea formada por círculos) y la otra perturbada, con una amplitud de 2 unidades y una longitud de onda de 3 unidades (línea formada por triángulos).

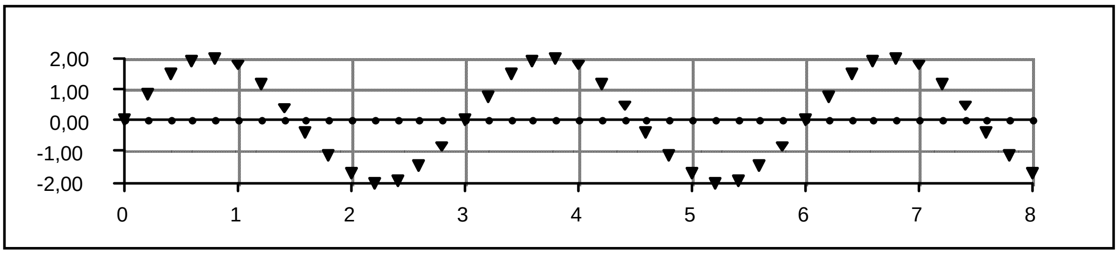

Figura 1

En una onda longitudinal la perturbación es paralela a la propagación, de modo que la posición de un punto se altera durante la perturbación. Describir mediante una función esta situación resulta un poco más complicado dado que se debe tener presente que se requiere describir dos aspectos, la posición de equilibrio, es decir el lugar que tiene al no existir perturbación, y la perturbación que sufre en torno a dicho lugar.

Ya se comentó, para el caso de las ondas transversales, que la perturbación se puede asociar a una función senoidal, esto es precisamente lo que también se puede hacer para ondas longitudinales, de manera que la función posee dos términos, uno que da cuenta de la posición de las partículas en su posición de equilibrio y el otro, que se suma al anterior, y que da cuenta de la perturbación en torno a la posición de equilibrio. La expresión es:

$$\mathbf{X(x) = B\ x + A\ sen(2\ \pi\ x/L + ø)} \qquad (5)$$

En este caso la letra **B** representa el espaciamiento que existe entre los puntos al no estar perturbados y el resto de los términos representan lo mismo que en la expresión (4).

El primer término de la expresión (5) representa la posición de los puntos sin perturbar, mientras el segundo término representa la perturbación de dichos puntos. Para que el segundo término sea realmente una perturbación respecto del primero, el valor de **A** debe ser menor que el de **B**, a objeto de que los puntos no se alteren de posición. El espacio constante que se deja entre un punto y otro, para el caso en que no hay perturbación, debe ser mayor que la cuantía de la perturbación misma.

A continuación se presenta dos situaciones, una sin perturbar (arriba, dibujada con círculos equidistantes) y la otra perturbada (abajo) con una amplitud de 0,7 y una longitud de onda de 6,0 unidades. En el esquema se agregó líneas que muestran el corrimiento que realizó el punto en relación a su posición de equilibrio.

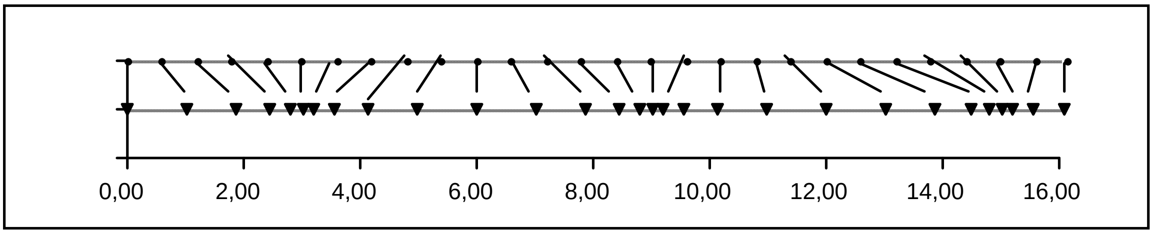

Figura 2

En esta situación la línea de círculos equidistantes viene dada por la función **B x** y el desplazamiento de los puntos triangulares respecto a los puntos circulares, que se muestra con las líneas, corresponde la perturbación y viene dado por la expresión **A sen (2 π x/L + ø)**, el ángulo de fase **ø** en este caso es de cero grado.

La máxima distancia horizontal que deberían cubrir las líneas que unen los puntos circulares con los triangulares es de 0,7 unidades, pues esa es justamente la amplitud de dicha onda, es decir la máxima perturbación en relación al punto de equilibrio.

Para aclarar mejor esta situación, en la siguiente figura, presentaremos otro ejemplo, en el que resulta posible comparar dos ondas con diferente longitud y amplitud.

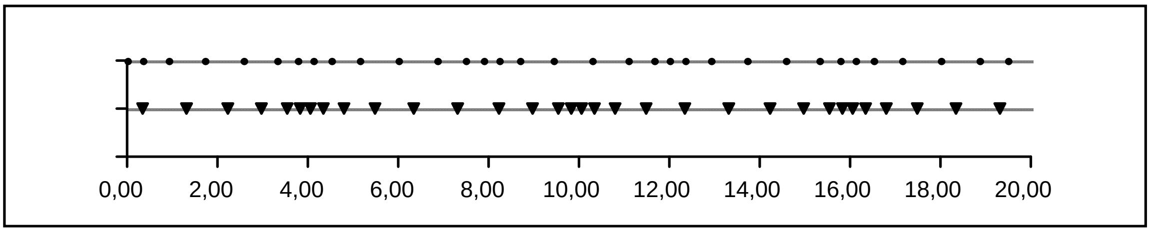

Figura 3

Para la onda dibujada con círculos, la amplitud es 0,3 y la longitud de onda es 4,0 unidades y el ángulo de fase es de 180° (expresión 6a); mientras para la onda dibujada con triángulos la amplitud es 0,6 y la longitud es 6,0 unidades y el ángulo de fase es de -60° (expresión 6b). Nótese que la que posee menor amplitud se encuentra más próxima a la situación de equilibrio mostrada en la figura 2, es decir existe menor desplazamiento lateral de los puntos desde sus posiciones de equilibrio sin perturbar.

Las funciones que describen estas ondas son:

círculos l $$\mathbf{X(x) = 0{,}6\,x + 0{,}3\ sen\ (2\,\pi\, x/4 + 2\,\pi\ 180/360)} \quad (6a)$$

triángulos t $$\mathbf{X(x) = 0{,}6\,x + 0{,}6\ sen\ (2\,\pi\, x/6 - 2\,\pi\ 60/360)} \quad (6b)$$

Dado que se presentan 32 puntos en un espacio de casi 20 unidades, la distancia media entre espacios sin perturbar debería ser alrededor de 0,6 unidades. Si consideramos ahora que la perturbación es de 0,6 unidades, es claro que no alcanzan a superponerse ni menos a intercambiar de lado los puntos, cosa que matemáticamente podría ocurrir si A > B pero que físicamente no es razonable que así sea.

En la Planilla de Cálculo:

Si la función que acabamos de obtener tuviera un aspecto sólo descriptivo y ninguna aplicación práctica, carecería de interés, ya que, incluso ayudado de una calculadora, resulta bastante engorroso representar en forma gráfica dicha función. Sin embargo, en una planilla de cálculo es posible graficar esa distribución de puntos y con diferentes estados de perturbación.

Para una onda transversal es posible representar el estado de perturbación de los puntos para diversos tiempos y posiciones, y modificar allí la amplitud (A1 y D6), longitud de onda (A2 y D2) y ángulo de fase (A3 y D3), permitiendo al alumno una mejor comprensión de dichos conceptos. Al mismo tiempo resulta posible, graficando dos funciones de onda similares, comparar las modificaciones acaecidas al alterar dichos parámetros. En este caso se ha agregado una expresión explícita para ambas funciones de onda (A4 y A5). Esto se muestra en la figura siguiente:

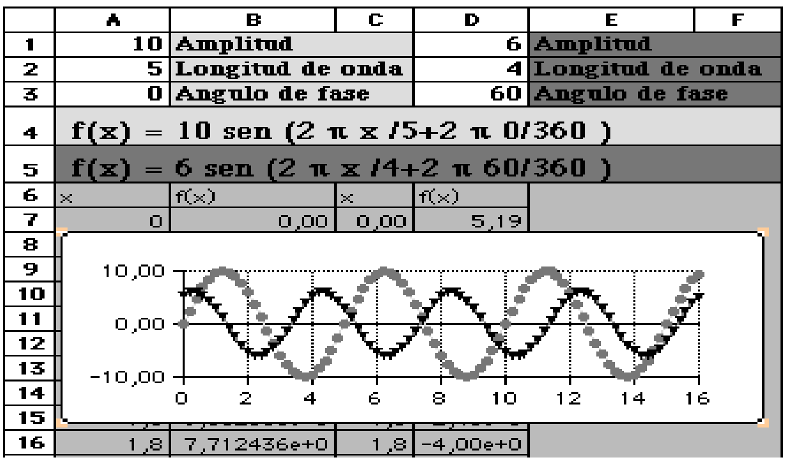

Figura 4

La forma de implementar esta función es simplemente en la columna A ingresar valores equidistantes de la variable y en la columna B una función trigonométrica como la que se muestra en la expresión siguiente:

=$A$1*SEN(6,28*A7/$A$2+$A$3*6,28/360) (7)

Al repetir esto para dos columnas distintas, empleando diferentes parámetros, que se indican en los casilleros ya mencionados, es posible graficar y comparar ambas funciones.

De manera similar al caso descrito, empleando la expresión (5) resulta posible graficar en una planilla la función que describe el estado de perturbación de una onda longitudinal. Aquí también es factible graficar dos ondas, a objeto de comparar sus parámetros amplitud (H1 y K1), longitud de onda (H2 y K2) y ángulo de fase (H3 y K3). En este tipo de onda se agrega en la celda (J6) la separación entre los puntos, que corresponde al valor de **B** en la expresión (5).

La figura siguiente muestra dos ondas longitudinales, una representada por círculos, cuya amplitud es cero y sus puntos están equidistantes entre sí; la otra posee amplitud 0,4 y se aprecia claramente el estado de perturbación de los diversos puntos, los que se representan por triángulos.

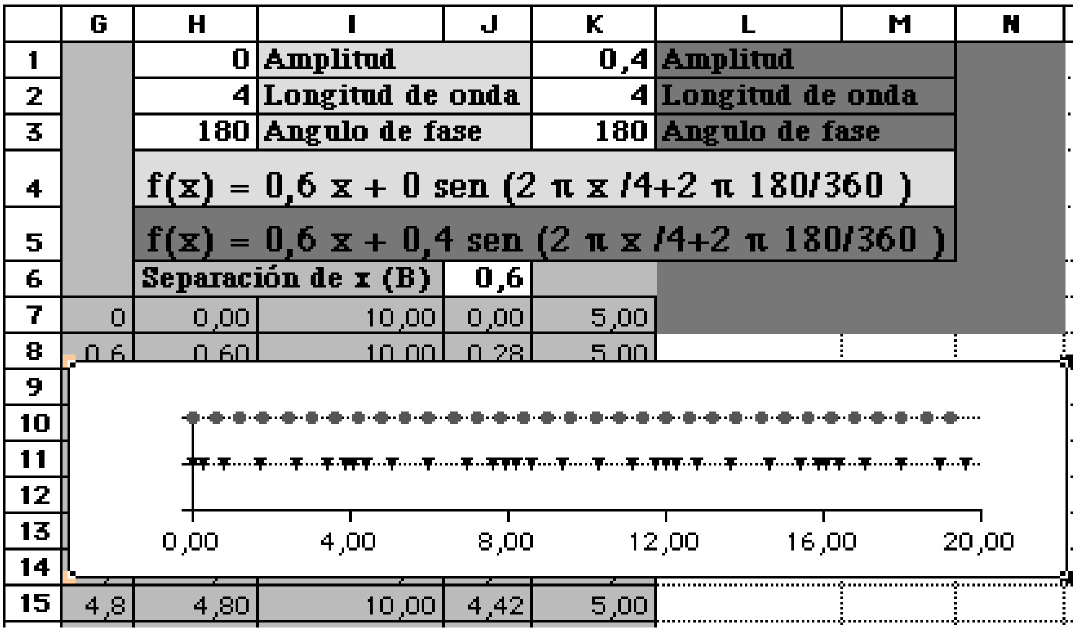

Figura 5

Es importante destacar que para escribir esta función en una planilla y evitar las referencias circulares se tabula en la columna G valores equidistantes de la variable **x**, dador por el primer término de (5). Esto es:

=G7+$J$6 (8)

Luego en la columna H se tabula esos valores perturbados, es decir allí se aplica efectivamente la expresión (5), se tiene:

$$=G8+\$H\$1*SEN(6,28*G8/\$H\$2+\$H\$3*6,28/360) \tag{9}$$

Finalmente en la columna I se tabula un valor constante que sólo cumple la función de que sea factible observar las dos ondas en forma simultánea y que no se superpongan los círculos de una con los triángulos de la otra.

Conclusión:

Efectivamente se logró presentar una función que permite describir la perturbación existente en cierto instante debida a una onda de tipo longitudinal.

Creemos que este enfoque permite la comprensión de la forma de la función de onda, dado que separa el problema; primero describe las posiciones de los puntos sin perturbar y luego agrega la perturbación sumándole un desplazamiento lateral a la posición ya existente.

Se requiere tener cuidado de no pretender una perturbación excesiva dado que los puntos de la función pueden dejar de tener el orden lógico que se espera.

Finalmente resta decir que esta función permite ser graficada en una planilla de cálculo, cosa simple de presentar y que permite profundizar conceptos al modificar las distintas variables presentes como amplitud, ángulo de fase y longitud de onda.

En los gráficos confeccionados se utilizó 80 puntos para representar las ondas transversales y 30 para las ondas longitudinales.

Bibliografía:

Alonso, Marcelo; Rojo, Onofre. *Física, Mecánica y Termodinámica***.** Volumen 1. Editorial Fondo Educativo Interamericano. México. 1979.

Maiztegui, Alberto; Sabato, Jorge. *Introducción a la Física*. Volumen 1. Editorial Kapeluz. Buenos Aires - Argentina. 1993.

Tippens, Pauk. *Física: conceptos y aplicaciones*. Editorial Mc Graw-Hill. México. 1999.

Sears, Francis; Zemansky, Mark; Young, Hugh. *Física Universitaria*. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana. U.S.A. 1988.

Serway, Raymond. *Física*. Volumen 1. Editorial Mc Graw-Hill. México. 1996.