

Modelando con funciones lineales

Ramón Garrido Vásquez⁵

Instituto Regional del Maule

Sabemos que estudiar matemática, entenderlas y aplicarlas, es una tarea que demanda mucho esfuerzo y perseverancia. Además, el mundo en que vivimos plantea fuertes exigencias de mejor comprensión lectora, rapidez en los cálculos y sobre todo de la comprensión y aplicación de los contenidos.

Hay que tener claro que en matemática no se trata sólo de conocer algunas operaciones. Si no que se trata de ser capaz de aplicar los conocimientos matemáticos a lo que sucede en nuestra vida diaria

Es importante tener presente hoy en día que los procesos educativos se facilitan, cuando los alumnos tienen la posibilidad de interactuar con recursos apropiados de aprendizajes, un buen material y una clase bien preparada puede contribuir a motivar y mejorar la disposición de los alumnos a las clases de matemática que tanta dificultad presenta para nuestros estudiantes de hoy en día.

Por otra parte, los profesores tenemos el desafío constante de implementar estrategias metodológicas innovadoras y participativas apoyadas por recursos educativos apropiados, adecuados tanto a las condiciones en que se desarrolla la modalidad, como a las características de los alumnos que participan en ella y al desarrollo tecnológico.

Tratando de responder a estas necesidades he planificado tres laboratorios experimentales donde los alumnos serán capaces de modelar linealmente una situación que ocurre en el interior de la sala de clases y otras que se relacionan con su entorno y otras asignaturas.

Espero que este trabajo pueda ser una ayuda efectiva para que los profesores, alumnos y alumnas puedan quedar entusiasmados para seguir aprendiendo matemáticas, a través del método formal como a través de las oportunidades que cada uno de los profesores se esfuerza por preparar.

Las actividades que se realizarán en estos laboratorios tendrán el objetivo de motivar a los alumnos a experimentar y por medio de esta experimentación modelar situaciones que ocurren en el interior de la sala de clases, Además mostrar que la función lineal no es algo abstracto si no que es algo que se puede visualizar y está presente en nuestra vida diaria.

⁵ reygarrido2007@hotmail.com

Propongo a los profesores que implementen metodologías apropiadas para realizar actividades equivalentes con las funciones cuadráticas, exponenciales y logarítmicas. Que no sea todo tan algebraico y abstracto. Que nuestros alumnos puedan visualizar y modelar estas funciones que son la base de los cursos de matemáticas universitarias.

Los datos trabajados en cada laboratorio en ningún caso han sido manipulados por el profesor. Son los datos obtenidos por uno de los grupos de trabajo. En el trabajo con las sillas y las mesas se consideraron las sillas y mesas que fueran del mismo diseño y no estuvieran deformadas. Uno de los alumnos que se encontraba midiendo las alturas de las sillas se dio cuenta que la altura de las sillas no era proporcional, observando que las sillas que había considerado tenían diferencias de construcción. Por lo que les recomendó a los otros grupos que eligieran bien las sillas y las mesas.

Taller N° 1

Tema en el que se encuadra el laboratorio:	Funciones Reales Básicas
Forma de trabajar el laboratorio:	Grupal 4 o 5 personas por grupo
Tiempo estimado para el laboratorio :	90 minutos
Cuando realizar la actividad:	Una vez terminada la parte teórica de funciones
Prerrequisitos:	Reducción de términos semejantes ecuaciones de primer grado, sistema de ecuaciones de primer grado ecuación de la recta, dados dos puntos
Materiales a usar:	Huinchita de medir, sillas, mesas y cuentas del consumo de electricidad
Curso:	Tercero medio
Objetivo de la actividad:	Que los alumnos sean capaces de modelar una situación real que involucre la función lineal

Actividad 1 : ¿Cuántas sillas podemos colocar en *todo* el espacio de la sala de clases?

Primer paso: Mida la altura de una silla

Segundo paso: Coloque una silla sobre la anterior y vuelva a medir la altura

Tercer paso: Coloque una tercera silla sobre las dos anteriores y mida la altura, realice la misma actividad 5 veces y anote los datos en una tabla de valores

Cuarto paso: Grafique los datos en una hoja de papel milimetrado, número de sillas v/s altura

Quinto paso: Determine la función que asocia el número de sillas con la altura (función lineal)

Sexto paso: Mida la altura de la sala y determine cuantas sillas puede colocar en una columna que llegue al techo

Séptimo paso: Mida el largo y el ancho de la sala y determine el número total de sillas que puede colocar

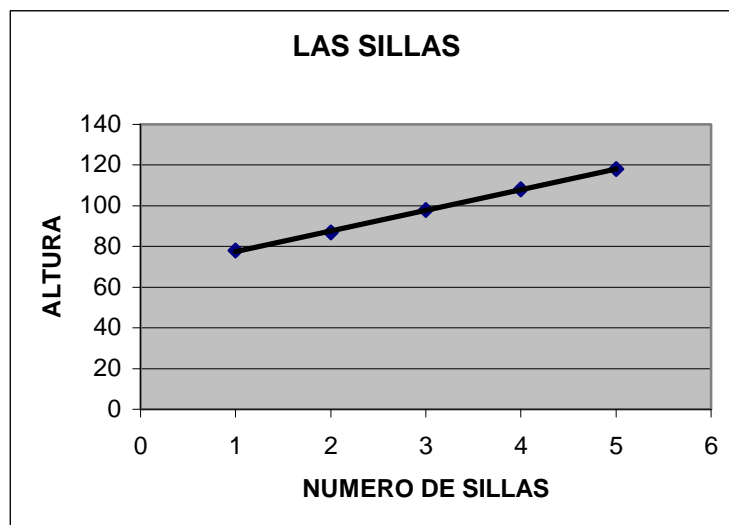


Desarrollo de la actividad:

1) Datos obtenidos al medir las sillas

Nº Sillas	Altura en cm.
1	78
2	87
3	98
4	108
5	118

Sea x el número de sillas e y la altura de las sillas una puesta sobre la otra. Ubicamos los puntos en un plano y graficamos la recta que representa



Determinamos la ecuación de la recta que une dos puntos. Consideremos los puntos (1,78) y (4, 108): $y - 78 = 10(x - 1)$, de donde $y = 10x + 68$

La función que modela la altura de las sillas ubicadas una sobre la otra es $y = 10x + 68$.

La altura de la sala es de 290cm, lo que nos indica que en nuestra función $y = 290$, Reemplazando en la función se obtiene

$$290 = 10x + 68$$

$$222 = 10x$$

$$22 = x$$

En una columna se pueden colocar 22 sillas una sobre otra

El ancho de la sala mide 5m, el largo de la sala mide 8m

El ancho de la silla mide 40cm el largo de la silla mide 50cm

El total de sillas que se pueden colocar en la sala de clases esta dada por

$$((5 \cdot 8) : (0,4 \cdot 0,5)) \cdot 22 = 4400$$

Actividad 2 : ¿Cuántas mesas podemos colocar en la sala de clases?

Primer paso : Coloque tres mesas una sobre la otra y mida la altura total

Segundo paso : Coloque cinco mesas una sobre la otra y vuelva a medir la altura total

Tercer paso : Coloque seis mesas una sobre otra y mida la altura total

Cuarto paso : Construya una tabla de valores y grafique los datos en una hoja de papel milimetrado número de mesas v/s altura

Quinto paso : Determine la función que asocia el número de mesas con la altura (función lineal)

Sexto paso : Usando la función anterior calcule la altura de una mesa. Compruebe este resultado con la realidad, indique el error que se cometió

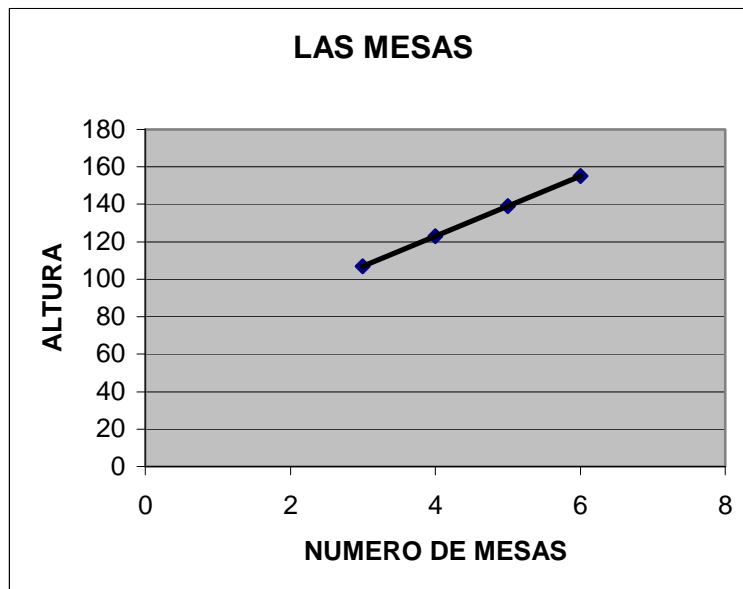
Séptimo paso : Mida las longitudes de la sala y calcule cuantas mesas puede colocar en una columna y cuantas mesas caben en la sala



Sea x el número de mesas e y la altura de las mesas una puesta sobre la otra. Ubicamos los puntos en un plano y graficamos la recta que representa

Desarrollo: Datos obtenidos al medir las mesas

Nº Mesas	Altura en cm.
3	107
4	123
5	139
6	155



Determinamos la ecuación de la recta que une dos puntos. Consideremos los puntos $(3, 107)$ y $(6, 155)$: $y - 107 = 16(x - 3)$. De donde $y = 16x + 59$.

La función que modela la altura de las mesas ubicadas una sobre la otra es $y = 16x + 59$.

La altura de la sala es de 290cm, lo que nos indica que en nuestra función $y = 290$, Reemplazando en la función se obtiene

$$\begin{aligned} 290 &= 16x + 59 \\ 231 &= 16x \\ 14 &= x \end{aligned}$$

En una columna se pueden colocar 14 mesas una sobre otra. La altura de una mesa se obtiene cuando $x = 1$, reemplazando se obtiene $y = 16 \cdot 1 + 59$, de donde $y = 75$.

La altura de una mesa es de 75 cm.

El ancho de la sala mide 5m, el largo de la sala mide 8m

El ancho de la mesa mide 0,4m el largo de la mesa mide 0,6m

El numero total de sillas que se pueden colocar en la sala esta dado por

$$((5 \cdot 8) : (0,4 \cdot 0,6)) \cdot 14 = 2333$$

Actividad 3: Determinar la función lineal que relaciona el consumo de electricidad con el dinero a cancelar por ese consumo mensual

- Construya una tabla de valores con las cuentas del consumo de electricidad que cada integrante trajo de su casa (kwh v/s dinero a cancelar)
- Determine la expresión que asocia el consumo en kwh (x) con el precio a cancelar por esos kwh (y)
- ¿Cuánto se cancel en un mes si el consumo es de 15 kwh.?
- ¿Cuántos kwh se consumen en un mes si se cancelo \$ 5190?
- ¿Cuál es el costo fijo en la cuenta de electricidad?

CONAFE IDENTIFICACION
 DIRECCION POSTAL: 54200
 Número de Servicio: 377735-9
 Número de Documento: 56546673
 FECHA DE EMISION: 30 ENE 2006
 INGLISES HASTA: 15 FEB 2006
 TOTAL A PAGAR: \$ 17.500

BOLETA DE VENTA Y SERVICIO N° 30181847

N° MEDIDOR	PROFESION	FEB. ACT.	FEB. ANT.	LEC. ACT.	LEC. ANT.	CONSUMO	UNIDAD
103357	CONAFE	27 FEB 2006	27 DIC 2005	43.827	43.818	206	KWH

FECHA ESTIMADA DE PROXIMA LECTURA: 27 FEB 2006

DETALLE DE SU CUENTA

TARIFA BT 1	\$ 1.200
CARGO FIJO	\$ 1.200
ENERGIA BASE (200 KWH)	\$ 15.804
ANTICUPO MEDICION	\$ 315
AUMENTO SINGULO ANT.	\$ 25
REGULACION ART. 103 DEL INCUENAP (10)	\$ 36
IMPONTO A COSTO DEDUCIDO	\$ 20
TOTAL A PAGAR	\$ 17.530

MONTO DEL TERCER PAGO \$ 5.843,67 (FECHA 14 FEB 2006)

CONAFE IDENTIFICACION
 DIRECCION POSTAL: 54600583
 Número de Servicio: 372716-0
 Número de Documento: 56405683
 FECHA DE EMISION: 23 ENE 2006
 INGLISES HASTA: 09 FEB 2006
 TOTAL A PAGAR: \$ 15.400

BOLETA DE VENTA Y SERVICIO N° 30113549

N° MEDIDOR	PROFESION	FEB. ACT.	FEB. ANT.	LEC. ACT.	LEC. ANT.	CONSUMO	UNIDAD
103357	CONAFE	20 ENE 2006	20 DIC 2005	11.832	11.847	185	KWH

FECHA ESTIMADA DE PROXIMA LECTURA: 20 FEB 2006

DETALLE DE SU CUENTA

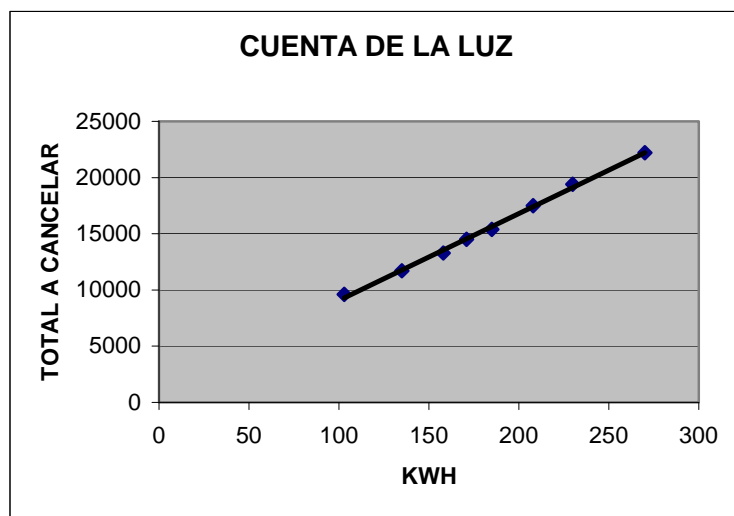
TARIFA BT 1	\$ 1.200
CARGO FIJO	\$ 1.200
ENERGIA BASE (100 KWH)	\$ 14.004
ANTICUPO F. PLAZO	\$ 12
AUMENTO SINGULO ANT.	\$ 25
REGULACION ART. 103 DEL INCUENAP (10)	\$ 20
IMPONTO A COSTO DEDUCIDO	\$ 07
TOTAL A PAGAR	\$ 16.538

MONTO DEL TERCER PAGO \$ 5.343,67 (FECHA 14 FEB 2006)

Desarrollo:
Datos:

Nº kwh Consumidos en un Mes	Dinero a Cancelar
135	11800
158	13300
171	14300
185	15400
208	17500
213	18200
270	22300

b) Sea x la cantidad de kwh consumidos, e y la cantidad de dinero a cancelar por el consumo x



Como la función es lineal tiene la forma $y = mx + n$ reemplazamos dos puntos, obtenemos

$$\begin{cases} 11800 = 135m + n \\ 22300 = 270m + n \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 10500 &= 135m \\ 77,8 &= m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11800 &= 10500 + n \\ 1300 &= n \end{aligned}$$

Luego la ecuación que modela la función es $y = 77,8x + 1300$

c) En este caso $x = 15$ kwh, reemplazando se obtiene

$$\begin{aligned} y &= 77,8 \cdot 15 + 1300 \\ y &= 2467 \end{aligned}$$

En este mes se cancelo \$ 2467

- d) En este caso el gasto es de $y = 5190$ pesos, reemplazando se obtiene

$$5190 = 77,8x + 1300$$

$$3890 = 77,8x$$

$$50 = x$$

En este mes se consumieron 50 kwh

- e) El costo fijo se obtiene cuando el consumo es cero, es decir $x = 0$

$$y = 77,8 \cdot 0 + 1300$$

$$y = 1300$$

Luego el costo fijo es de \$ 1300

Taller n° 2: Modelando temperatura

Tema en el que se encuadra el laboratorio:	Funciones Reales Básicas
Forma de trabajar el laboratorio:	Grupal, 4 o 5 personas por grupo
Tiempo estimado para el laboratorio:	90 minutos
Cuando realizar la actividad:	Una vez terminada la parte teórica de funciones
Prerrequisitos:	Reducción de términos semejantes, ecuaciones de primer grado y sistema de ecuaciones de primer grado ecuación de la recta dados dos puntos
Materiales a usar:	Vaso precipitado, termómetro en grados Celsius y en grados Fahrenheit, termo con agua caliente y una botella con agua fría, guincha de medir, botellas desechables de 350, 500, 1000, 1500, 2000, 2500 y 3000 cc, un tiesto lizo donde podamos colocar las botellas y la vela encendida.
Curso :	Tercero Medio
Objetivo de la actividad :	Que los alumnos sean capaces de modelar una situación real que involucre la función lineal.

Actividad 1: Queremos determinar la relación que existe entre los grados Celsius y los grados Fahrenheit

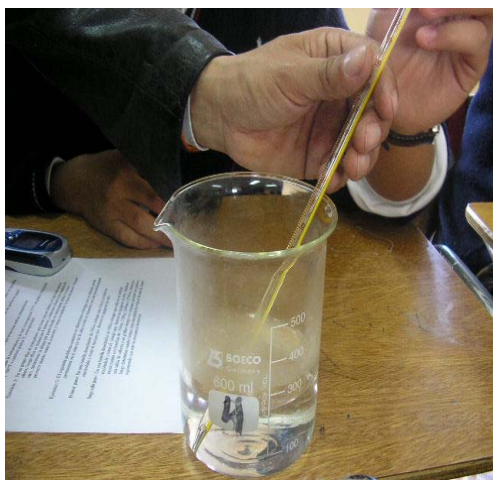
- Primer paso: En un vaso precipitado vierta agua y agregue pequeñas cantidades hasta lograr 20°C , mida la temperatura con el termómetro en grados Fahrenheit.
- Segundo paso: Aumente la temperatura del agua y mida la temperatura con ambos termómetros.
- Tercer paso: Realice la actividad anterior 3 veces más y anote todos los datos en una tabla de valores.
- Cuarto paso: Ubique los valores obtenidos anteriormente en un grafico en papel milimetrado, grados $^{\circ}\text{C}$ v/s grados $^{\circ}\text{F}$

Quinto paso: Determine la función que relaciona ambas temperaturas

Sexto paso: Determine la temperatura en grados Fahrenheit cuando la temperatura en grados Celsius es de cero grados

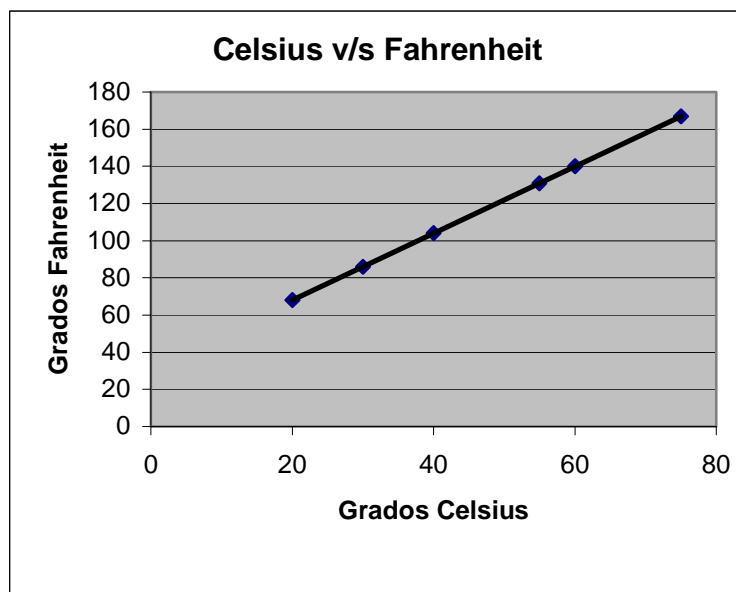
Séptimo paso: Determine la temperatura en grados Fahrenheit cuando la temperatura es de 100° C

Determine la temperatura en grados Celsius cuando la temperatura es de 302° Fahrenheit.



Desarrollo:

T° en grados Celsius	T° en grados Fahrenheit
20	68
30	86
40	104
55	131
60	140
75	167



b) Determinamos la ecuación de la línea recta que une los puntos (20, 69) y (75, 167)

Sea x la temperatura en grados Celsius e y la temperatura en grados Fahrenheit

$$m = 1,8$$

$$y - 68 = 1,8 (x - 20)$$

$$y = 1,8x - 36 + 68$$

$$y = 1,8x + 32$$

La función que relaciona los grados Celsius con los grados Fahrenheit esta dada por

$$F = 1,8 \cdot C + 32$$

c) Cuando la temperatura en grados Celsius es cero la temperatura en grados Fahrenheit es

$$F = 1,8 \cdot 0 + 32$$

$$F = 32$$

Si la temperatura es de 100° C, en Fahrenheit corresponde

$$F = 1,8 \cdot 100 + 32$$

$$F = 210$$

Si la temperatura es de 302° F, en grados Celsius es:

$$302 = 1,8 \cdot C + 32$$

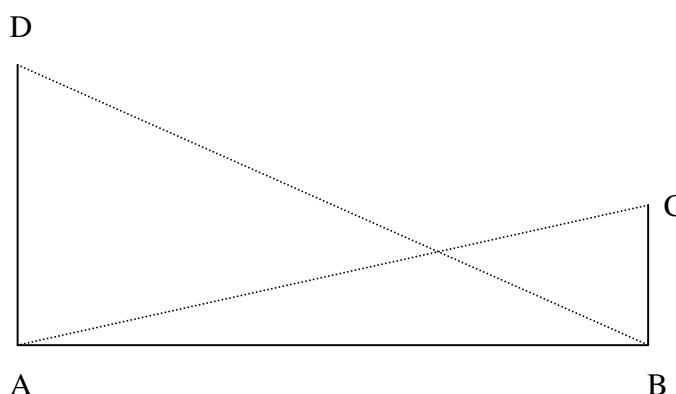
$$270 = 1,8 \cdot C$$

$$150 = C$$

Actividad 2: En su grupo elija al compañero que tiene mayor altura y al que tiene menor altura, luego ellos se distancian 4 metros y cada uno observa los zapatos del otro, determinar la altura del punto donde se interceptan ambas visiones, primero usando material concreto y luego modelando la línea de ambas visiones

Datos: Altura de los alumnos 1,8m y 1,52m. Distancia que los separa 4m

- a) Usando hilo los alumnos trazan las líneas que unen los ojos con los zapatos, determinan el punto de intersección y la altura a la cual se encuentran.
En este caso es de 80cm y 2,25m del alumno más alto



- b) Usando sistemas coordenados y en este problema hacemos coincidir el punto A con el $(0, 0)$ tenemos. La línea recta que une el punto B $(4, 0)$ con el punto D $(0, 1,8)$ cuya ecuación es:

$$m = 0,45$$

$$y - 1,8 = -0,45(x - 0)$$

$$y = -0,45x + 1,8$$

La línea recta que une el punto A $(0, 0)$ con el punto C $(4;1,52)$ tiene por ecuación

$$m = 0,38$$

$$y - 0 = 0,38(x - 0)$$

$$y = 0,38x$$

intersectando ambas ecuaciones, obtenemos

$$0,38x = -0,45x + 1,8$$

$$0,83x = 1,8$$

$$x = 2,17; \quad y = 0,82m$$

La altura del punto de intersección de ambas visuales es de 0,82m ubicada a 2,17m del alumno más alto.

Actividad 3: Queremos determinar el tiempo que permanecerá encendida una vela en una caja de un metro cúbico si esta estuviera herméticamente cerrada.

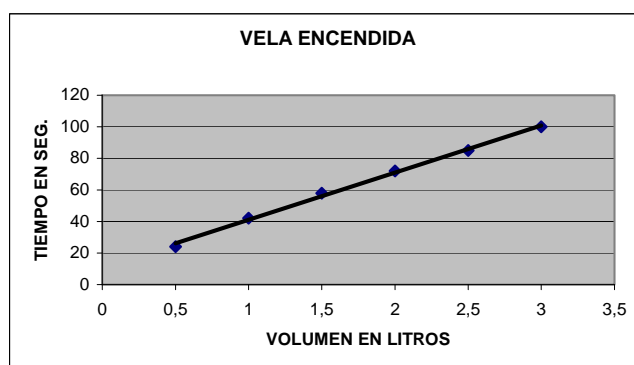
Primer paso: En una botella desechable de 350cc coloque una vela en su interior enciéndala y mida el tiempo que demora en apagarse la vela

Segundo paso: En una botella desechable de 500cc coloque una vela en su interior enciéndala y tome el tiempo que demora en apagarse. Repita el experimento con botellas de 1000cc, 1500cc, 2000cc, 2500 Y 3000cc, construya una tabla de valores y un grafico volumen v/s tiempo, modele la función y luego determine cuanto tiempo dura encendida la vela en la sala de clases suponiendo que esta se encuentra hermética



Datos obtenidos al medir el tiempo:

Volumen en cc	Tiempo en segundos
0,5	24
1	42
1,5	58
2	72
2,5	85
3	100



Sea x el volumen de las botellas e y el tiempo que demora en apagarse la vela. Consideremos los puntos $(0,5 ; 24)$ y $(3, 100)$ y determinamos la ecuación de la recta que une estos dos puntos

$$m = 30,4$$

$$y - 24 = 30,4 (x - 0,5)$$

$$y = 30,4x + 8,8$$

La función que modela el tiempo que permanece encendida la vela es:

$$y = 30,4x + 8,8$$

donde x representa el volumen de las botellas e y el tiempo que permanece encendida la vela.

Volumen caja = 1000000 cc

El tiempo que permanece encendida la vela en la caja es.

$$y = 30,4 \cdot 1000000 + 8,8$$

$$y = 8,44 \text{ horas}$$

Para este ejercicio hay que tener mucho cuidado con las mediciones, recomiendo realizar tres mediciones con cada botella, además se tienen que preocupar que la vela tenga la misma llama para cada medida y que la superficie de contacto sea lo más liza posible para evitar el ingreso o salida de oxígeno.

Conclusiones:

1. La participación de los alumnos fue muy buena
2. Los alumnos más desaventajados se motivaron mucho más
3. Los alumnos más aventajados se dieron cuenta que las funciones eran lineales muy rápido, observando solo que las diferencias eran constantes
4. Los alumnos trabajaron muy bien en grupos, se distribuyeron bien el trabajo
5. La relación entre los grupos fue muy interactiva, comparaban las mediciones y los resultados obtenidos
6. Las clases resultaron muy entretenidas para los alumnos
7. El concepto de que un fenómeno que ocurre en la vida diaria se puede modelar matemáticamente quedó muy claro
8. El grupo formado por alumnos que no les va bien en la asignatura de matemática realizaron muy buenos aportes al desarrollo de los experimentos
9. Para el experimento con las velas aconsejamos realizar como mínimo tres mediciones y luego trabajar con el promedio. Este experimento fue el que resultó con más inconvenientes
10. Los experimentos con las mesas y el de los grados Celsius y Fahrenheit resultaron los que representaban muy claramente que la función a modelar era lineal

