

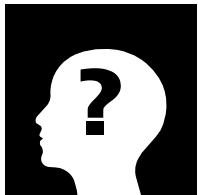
Resolución de problemas en la enseñanza de la matemática



Resolver problemas es un arte práctico, igual que nadar o jugar fútbol: se puede aprender sólo por imitación y práctica... si alguien desea aprender a nadar debe ir al agua, y si alguien desea ser un buen resolvente de problemas debe resolver problemas.

George Polya (1961)

- **¿Qué es un problema?**



A continuación se presentan algunas explicaciones, que diferentes autores han entregado, sobre qué es un problema.

- *Tener un problema significa buscar, de forma consciente, una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata.*
Mathematical Discovery, G. Polya, 1961
- *Para que una situación constituya un problema para una persona, ésta debe estar enterada de la existencia de la situación, reconocer que debe ejecutar algún tipo de acción ante ella, desear o necesitar actuar, hacerlo y no estar capacitado, al menos en lo inmediato, para superar la situación,*
Teaching and Learning Mathematics, F. Bell, 1978
- *Un problema es una situación cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma.*
Problem Solving, a handbook for teachers, S. Krulik y K. Stacey, 1980
- *Una situación constituye un problema para una persona, cuando dicha situación no es familiar para ella, es decir, cuando la novedad es la característica fundamental de la misma y cuando requiere un tratamiento distinto de una simple aplicación rutinaria. Dicho en términos de ejecución, cuando su resolución necesita de una deliberación, identificación de posibles hipótesis y comprobación de factibilidad, teniendo el individuo que elaborar conductas propias que pongan a prueba sus capacidades de razonamiento autónomo.*
La resolución de problemas: ¿una panacea metodológica?, L. Contreras, 1987
- *Un problema constituye primeramente una situación objetiva que se presenta y evidencia como dificultades cognitivas, carencias de información, contradicciones ideativas, o necesidades*

diversas, no solucionables espontánea y trivialmente, sino superables sólo mediante un reflexivo estudio o investigación teórica, empírica o aplicada, que se efectúe oportunamente.

Problema, Problemática, Problematización; A. Becerra, 1989

- *Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra.*

Tendencias innovadoras en educación matemática, M. de Guzmán, 1993

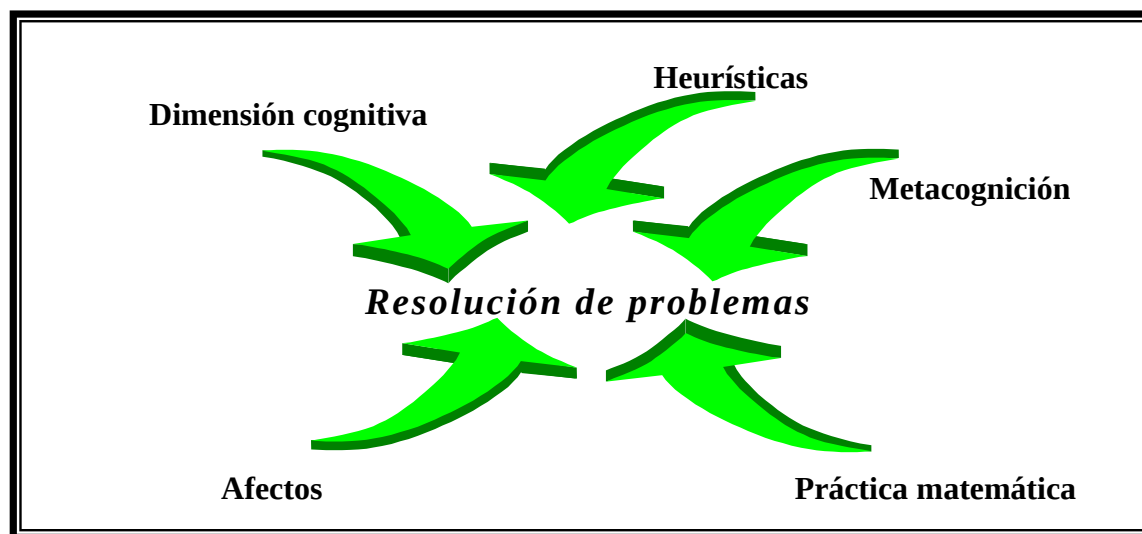
- **Diferencias entre problema y ejercicio**
- **Aspectos que influyen en la capacidad de resolver problemas:**



Alan Schoenfeld

Desde el punto de vista de los diferentes aspectos que influyen en la resolución de problemas, Alan Schoenfeld propone cinco dimensiones que intervienen directa, dinámica e interrelacionadamente:

- **Dimensión cognitiva:** La base de conocimientos.
- **Heurísticas:** Estrategias en la resolución de problemas.
- **Dimensión metacognitiva:** Monitoreo y control (auto-regulación).
- **Dimensión afectiva:** Creencias y afectos.
- **Práctica matemática:** Experiencia en la resolución de problemas.



Los conocimientos que *el resolutor* tenga en el ambiente matemático donde se ha planteado el problema (resultados, definiciones, procedimientos algorítmicos, procedimientos rutinarios, fórmulas, reglas, etc.) tienen una incidencia directa en la factibilidad de acceder a una solución del problema.

Por su parte, con respecto a las estrategias en la resolución de problemas (heurísticas), que *el resolutor* tenga incorporadas naturalmente, tales como: analogía, elementos auxiliares, descomponer

y recombinar, inducción, particularización, generalización, variación, trabajando hacia atrás, etc.; diversas investigaciones han demostrado que también juegan un rol fundamental a la hora de intentar resolver un problema.

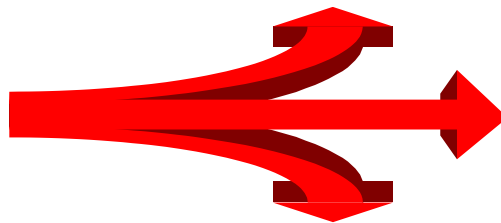
La auto-regulación en el trabajo (monitoreo y control), es decir la capacidad del *resolvidor* para decidir qué, cuándo y cómo usar una determinada estrategia o resultado matemático; cuando abandonar (al menos temporalmente) un camino de solución, son capacidades metacognitivas que influyen fuertemente en la resolución de problemas.

Con respecto a la dimensión afectiva, las creencias que *el resolvidor* tenga acerca de la naturaleza de la matemática, por ejemplo: *los problemas matemáticos tienen solamente una solución correcta; hay solamente una manera correcta de resolver un problema; si uno entiende el contexto matemático, todo problema puede ser resuelto en diez minutos o menos*, etc. enmarcarán el quehacer del estudiante durante el proceso de resolver un problema¹. Por su parte, el grado en que el resolvidor disfruta el proceso de resolución de problemas y su capacidad para superar la frustración del fracaso en obtener la solución de algunos problemas, son aspectos afectivos que inciden en la actitud del resolvidor.

Finalmente, la práctica matemática a que ha sido expuesto un estudiante en la escuela, es un factor que afectará su capacidad para resolver problemas. Diversos estudios y experiencias muestran que cuando el profesor diseña ambientes donde se privilegia la interacción de los estudiantes y se promueve el pensamiento matemático, el alumno adquiere una actitud favorable hacia la actividad de resolver problemas.

- **Propuestas metodológicas para resolver problemas**

(... *no hay camino, se hace camino al andar.*)



G. Polya

Con respecto a los métodos para resolver problemas, fue el matemático húngaro, George Polya quien en su libro publicado en el año 1945, *How to solve it*, sentó las bases modernas de esta línea de reflexión e investigación. Resumidamente, la propuesta de Polya², contempla cuatro fases en la resolución de problemas. En cada una de ellas, Polya plantea interrogantes claves con el objetivo de guiar y orientar la acción de la persona que intenta resolver un problema:

¹ Como es de suponer, también en este aspecto influyen las creencias del profesor y las sociales, sobre la resolución de problemas

² Las ideas de Polya, tienen su antecedente más directo en el trabajo de R. Descartes: *Rules for the Direction of the Mind*.

- 1) **Comprender el problema.**
 - ¿Cuál es la incógnita?
 - ¿Cuáles son los datos?
- 2) **Concebir un plan.**
 - ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
 - ¿Conoce un problema relacionado con éste?
 - ¿Podría enunciar el problema de otra manera?
 - ¿Ha empleado todos los datos?
- 3) **Ejecutar el plan.**
 - ¿Son correctos todos los pasos dados?
- 4) **Examinar la solución obtenida (Mirando hacia atrás).**
 - ¿Puede verificar el resultado?
 - ¿Puede verificar los razonamientos realizados?

A continuación se presenta un listado de las estrategias que normalmente usamos los profesores de matemática (junto a nuestros estudiantes) cuando intentamos resolver un problema. Como es de suponer, este listado no pretende ser exhaustivo (es imposible que lo sea) ni disjunto.

1. Hacer uso de una o más fórmulas.
2. Hacer uso de uno o más teoremas.
3. **Empezar por lo fácil: simplificar o buscar casos particulares (*dividir para conquistar*).** Elegir valores especiales para ejemplificar el problema y, a partir de ellos, intentar obtener alguna *sugerencia* para la solución. Incorporar argumentos del tipo *sin pérdida de generalidad*, por ejemplo asignar a uno de los datos un valor cómodo.
4. **Experimentar y buscar regularidades (patrones).**
5. Modificar el problema: reformularlo y buscar metas parciales.
6. Prueba y error.
7. **Organizar la información: Siempre que sea posible, hacer un esquema, una tabla, una figura, un diagrama.**
8. Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
9. Analizar posibles simetrías y casos extremos (los casos límites, en general, permiten explorar el rango de posibilidades).
10. **Suponer el problema resuelto (trabajar hacia atrás).**
11. Proponer un problema semejante, lo más sencillo posible y tratar de resolverlo; luego, proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente.
12. Observar la incógnita y pensar en un problema que le sea familiar y que tenga la misma (o similar) incógnita.
13. Considerar problemas equivalentes:
 - a) Reemplazar las condiciones por otras equivalentes.
 - b) recombinar los elementos del problema de diferentes maneras.
 - c) Introducir elementos auxiliares.
 - d) Reformular el problema:
 - i) Cambiar la perspectiva o notación.

- ii) Intentar argumentos por contradicción (¿qué pasaría si lo que queremos verificar no se cumple?) o contrapositiva (si queremos comprobar que $A \Rightarrow B$, tratar de verificar que $\sim B \Rightarrow \sim A$).
- iii) Suponiendo que se tiene la solución, determinar sus propiedades.

Bibliografía.

- [1] **Antón J.**, *Taller de Matemáticas*, Narcea S.A. Ediciones, España, 1994.
- [2] **de Guzmán, M.**, *Tendencias Innovadoras en educación matemática*, Ediciones OEA, 1993.
- [3] **de Guzmán, M.**, *Aventuras matemáticas: una aventura hacia el caos y otros episodios*, Ediciones Pirámide, Madrid.
- [4] **Polya, G.**, *Cómo resolverlo*, Editorial Trillas, 1970.
- [5] **Schoenfeld, A.**, *Learning to think mathematically: Problem Solving, metacognition, and sense making in mathematics*, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan Publishing Company, 1992.