1. Use el desarrollo por cofactores para encontrar el determinante de la matriz dada.

$a)\ \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ $\quad b)\ \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ $\quad c)\ \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 & -1 & 5 \\ -2 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 6 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

2. Encuentre los valores de λ para los cuales el determinante dado es igual a cero.

$a)\ \begin{vmatrix} \lambda - 1 & -4 \\ -2 & \lambda + 1 \end{vmatrix}$ $\quad b)\ \begin{vmatrix} \lambda + 1 & 0 & 0 \\ 4 & \lambda & 3 \\ 2 & 8 & \lambda + 5 \end{vmatrix}$

3. Calcule mediante transformaciones elementales (sin emplear la regla de Sarrus) y justificando los pasos, el determinante

$$\begin{vmatrix} 2+a & b & c \\ a & 2+b & c \\ a & b & 2+c \end{vmatrix}$$

4. Demostrar que:

$$V = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & c+a & a+b \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(b-c)$$

5. Sin efectuar el desarrollo, probar que:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = 0$$

6. Determinar la inversa de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Utilizando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{det(A)} Adj(A)$

7. Hallar $x \in \mathbb{R}$ tal que:

$$\begin{vmatrix} x+1 & x & x & x \\ x & x+2 & x & x \\ x & x & x+3 & x \\ x & x & x & x+4 \end{vmatrix} = 10$$

8. Determinar los valores de a tal que el SEL tiene solución unica, y resolver el SEL, en términos de a:

$$\begin{array}{rcrcrcr|} (5-a)x & - & 2y & - & z & = & 1 \\ -2x & + & (2-a)y & - & 2z & = & 2 \\ -x & - & 2y & + & (5-a)z & = & 1 \\ \hline \end{array}$$

9. Sea $A = \begin{vmatrix} -1 & 1 & x \\ 1 & -1 & 1 \\ x & -1 & 1 \end{vmatrix}$

   a) Hallar todos los x tal que A es invertible.
   b) Para $x = 0$, hallar A^{-1} si A es invertible.
   c) Para $x = 0$ determinar todos los $m \in \mathbb{R}$ tal que $\mid A - m \cdot I_3 \mid = m - 1$
   d) Para $x = 0$, resolver el SEL $A(a, b, c)^t = (3, -4, 5)^t$ mediante la regla de Cramer.

10. Halle tres números sabiendo que el primero menos el segundo es igual a un quinto del tercero, si al doble del primero le restamos seis nos queda la suma del segundo y el tercero y, además, el triple del segundo menos el doble del tercero es igual al primero menos ocho.

    Ayuda: Utilice Cramer

11. El Departamento de pesca y caza del Estado proporciona tres tipos de comidas a un lago que alberga a tres especies de peces. Cada pez de la especie 1 consume cada semana un promedio de 1 unidad del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 2 unidades del alimento 3. Cada pez de la especie 2 consume cada semana un promedio de 3 unidades del alimento 1, 4 del 2 y 5 del 3. Para un pez de la especie 3, el promedio semanal de consumo es de 2 unidades del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 5 unidades del alimento 3. Cada semana se suministran al lago 25000 unidades del alimento 1, 20000 unidades del alimento 2 y 55000 unidades del alimento 3. Si se supone que los peces se comen todo el alimento. ¿Cuántos peces de cada especie pueden coexistir en el lago?.

12. Un fabricante produce tres artículos diferentes (A, B y C), cada uno de los cuales precisa para su elaboración tres materias primas (M_1, M_2, M_3). La siguiente tabla representa el número de unidades de cada materia prima que se requiere para elaborar una unidad de cada producto:

    Se dispone de 50 unidades de M_1, 70 unidades de M_2 y 40 unidades de M_3.

	Artículos		
Materia Prima	A	B	C
M_1	2	1	3
M_2	3	2	2
M_3	1	2	4

a) Determina las cantidades de artículos A, B y C que produce dicho fabricante.

b) Si los precios de venta de cada artículo son, respectivamente, 500, 600 y 1000 pesos y gasta en cada unidad de materia prima 50, 70 y 60 pesos, respectivamente, determina el beneficio total que consigue con la venta de toda la producción obtenida (utilizando todos los recursos disponibles).

13. Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro a y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+2z=0 \\ x+ay+3z=1 \\ x+y+(2-a)z=a \end{array}\right|$$

14. Discutir el sistema $\left.\begin{array}{l} 2x+ay=1 \\ 2x-y=0 \\ ax+by=-1 \end{array}\right|$

15. Estudia, según los valores de a y b, la compatibilidad del sistema. Resuélvelo cuando sea compatible.

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y-2z=b \\ x+y+z=5 \\ 4x-5y+az=-10 \end{array}\right|$$

16. Dado el sistema de escuaciones $A\cdot x=b$. Donde $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ b & a & 2 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ y $b=\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}$. Estudiar su compatibilidad en función de los parámetros a y b.

17. Sea $P(x)=ax^4+bx^2+c$ con $a,b,c\in\mathbb{R}$. Si se sabe que $P(1)=1, P(-1)=d, d\in\mathbb{R}$ y $P(2)=-2$, entonces determine los valores de d de modo que el sistema:

    a) tenga única solución. *b*) tenga infinitas soluciones. *c*) no tenga solución.

    Encuentre las soluciones en cada caso.

18. Determinar la o las condiciones para a, b y c, tal que el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + 2z = a \\ x + z = b \\ 2x + y + 3z = c \end{array}\right|$$

sea consistente.