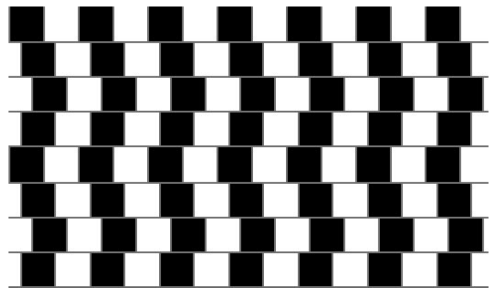


¿Líneas rectas?

1. La línea recta

La línea recta corresponde a todos los puntos del plano que cumplen la ecuación

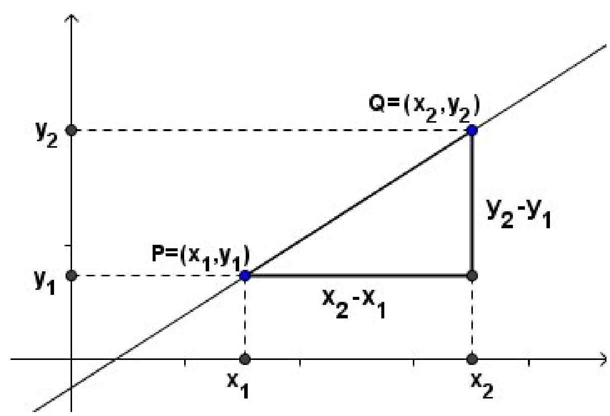
$$Ax + By + C = 0, \tag{1}$$

con $A \neq 0$ o $B \neq 0$. Esta ecuación se denomina *ecuación general de una recta.*

2. Pendiente de una recta

Sea L una recta y $P = (x_1, y_1)$ y $Q = (x_2, y_2)$ dos puntos (distintos) de la recta L. Se llama *pendiente de la recta* L al número

$$m_L = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad \text{con} \quad x_1 \neq x_2. \tag{2}$$



Nota: En la ecuación general de la recta (1), la pendiente es $m = -A/B$ (cuando $B \neq 0$).

3. Ecuación pendiente-punto de una recta

La ecuación de la recta que pasa por el punto $P = (a, b)$ y tiene pendiente m es

$$y - b = m(x - a) \tag{3}$$

Nota:

1. En este caso no se incluyen las rectas verticales. ¿Por qué?.
2. La ecuación de una recta vertical que intersecta al eje X en el punto $(a, 0)$, es $x = a$.

4. Rectas paralelas-perpendiculares

Sean L_1 y L_2 dos rectas con pendientes m_1 y m_2 respectivamente. Entonces:

$$L_1 \parallel L_2 \qquad \Longleftrightarrow \qquad m_1 = m_2 \tag{4}$$

$$L_1 \perp L_2 \qquad \Longleftrightarrow \qquad m_1 \cdot m_2 = -1 \tag{5}$$

5. Distancia punto-recta

Sean $P(x_0, y_0)$ un punto cualquiera del plano y $L : Ax + By + C = 0$ una recta. La distancia del punto P a la recta L se calcula por medio de la siguiente fórmula:

$$d(P, L) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \tag{6}$$

6. Ángulo formado por dos rectas

Sean L_1 y L_2 dos rectas de pendientes m_1 y m_2, respectivamente. El ángulo *agudo* α que ellas forman, se puede calcular a partir de la fórmula:

$$\tan\alpha = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} \right| \tag{7}$$

Nota: Observar que de esta fórmula es posible deducir las relaciones (4) y (5).

7. Actividades

1. Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -4, y que pasa por el punto de intersección de las rectas $2x + y - 8 = 0$ y $3x - 2y + 9 = 0$. *Sol.* $y + 4x - 10 = 0$.

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (a, b) y por la intersección de las rectas $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ y $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$. *Sol.* $b^2x - a^2y = a^2(a - b)$.

3. El punto P de ordenada 10 está sobre la recta cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto $(7, -2)$. Calcular la abscisa de P. *Sol.* 11.

4. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$. *Sol.* $3x - 5y + 8 = 0$.

5. Hallar las intersecciones con los ejes coordenados de la recta que pasa por el punto $(2, 3)$ y es perpendicular a la recta $2x - 7y + 2 = 0$. *Sol.* $(-\frac{17}{2}, 0)$, $(0, \frac{17}{7})$.

6. Sean L_1 la recta de ecuación $y + 8x = 0$ y L_2 la recta que pasa por el punto $(0, 18)$ y tiene pendiente -3. Se pide encontrar:

   a) El punto B de intersección entre L_1 y L_2.

   b) El área del triángulo OBC, donde O es el origen y C es el punto donde L_2 corta el eje X.

   Sol. a) $(-\frac{18}{5}, \frac{144}{5})$ b) $\frac{432}{5}$

7. Determinar el valor de k $(k > 0)$ para que la recta $4x + 5y - k = 0$ forme con los ejes coordenados un triángulo de área igual a $\frac{5}{2}$ unidades cuadradas. *Sol.* 10.

8. Probar que la recta que pasa por los puntos $(4, -1)$ y $(7, 2)$ bisecta (dimidia) al segmento cuyos extremos son los puntos $(8, -3)$ y $(-4, -3)$.

9. Determinar el(los) valor(es) de k para que:

   a) La recta $L_1 : kx + (3 - k)y + 7 = 0$ sea perpendicular a la recta $x + 7y + 1 = 0$.

   b) La recta $L_2 : kx + (k - 1)y - 18 = 0$ sea paralela a la recta $3x - 2y - 11 = 0$.

   c) La recta $L_3 : (2 + k)x - (3 - k)y + 4k = -14$ contenga al punto $P(2, 3)$.

   Sol. a) $\frac{21}{6}$ b) $\frac{3}{5}$ c) -1.

10. Dados los puntos $A(-1, 1)$; $B(3, 5)$ y $C(0, -2)$. Se pide:

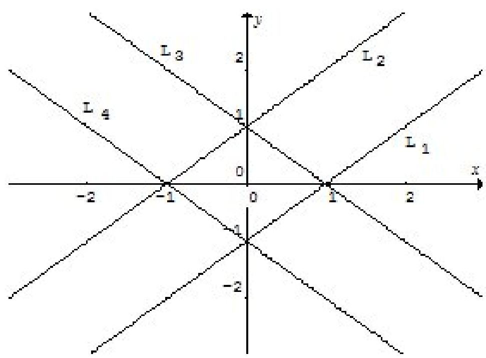
    a) Encontrar la ecuación de la recta L que pasa por C y el punto medio del segmento AB.

    b) Determinar la ecuación de la recta M que pasa por B y C.

    c) Calcular la distancia de A a la recta M y el área del triángulo ABC.

    Sol. a) $7x - 3y = 6$ b) $7x - 3y = 6$ c) $\frac{8}{29}$, $\frac{4\sqrt{58}}{29}$.

11. Determinar las ecuaciones de las rectas L_1, L_2, L_3 y L_4 que aparecen en la siguiente figura:



    Sol. $L_1 : x - y = 1$, $L_2 : y - x = 1$, $L_3 : x + y = 1$, $L_4 : x + y = -1$

12. Los vértices de un triángulo son $(1, 1)$, (4,7) y (6,3). Verificar que el baricentro (punto de intersección de las medianas), el circuncentro (punto de intersección de las mediatrices) y el ortocentro (punto de intersección de las alturas) son colineales.

13. Usando el programa Geogebra[1], investigar como se pueden graficar las familias de rectas $y = m * x$ e $y = x + k$.

[1]Geogebra es programa gratuito con opciones de algebra y geometría (de ahí su nombre). Se puede bajar desde http://geogebra.softonic.com/