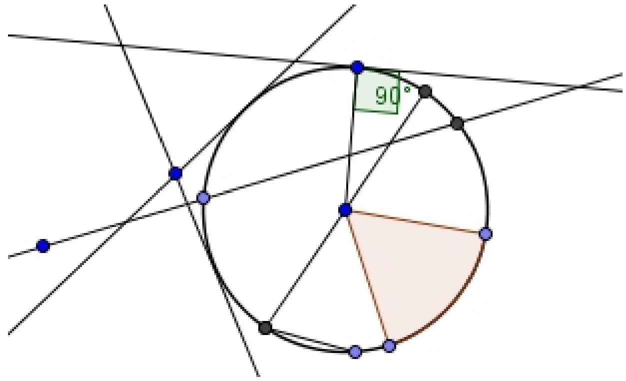


Algunos elementos claves en una circunferencia. ¿Cuántos puede reconocer?

1. Definición

Dados (elementos bases de la circunferencia)

- *Un punto $P_0 = (x_0, y_0)$ del plano.*
- *Un número positivo r.*

se llama **circunferencia** *de centro P y radio r, al conjunto de todos los puntos $P(x, y)$ que satisfacen la condición*

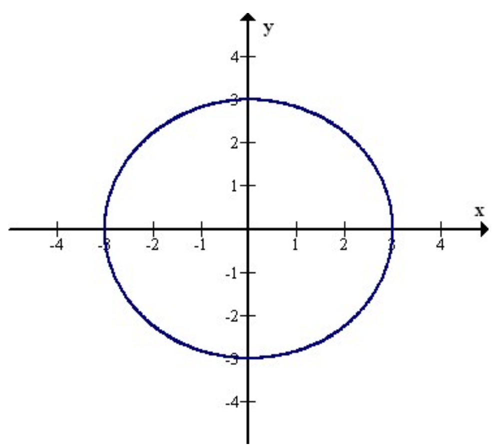
$$d(P, P_0) = r \tag{1}$$

es decir, que cumplen la ecuación

$$\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = r \tag{2}$$

o sea,

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \tag{3}$$



Circunferencia de centro $(0, 0)$ *y radio* 3.
Ecuación $x^2 + y^2 = 9$.

Nota: Desarrollando la ecuación (3), se obtiene

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \tag{4}$$

el siguiente teorema establece las condiciones bajo las cuales la ecuación (4) representa una circunferencia.

2. Teorema

La ecuación (4):

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

representa una circunferencia siempre y cuando $D^2 + E^2 - 4F > 0$.

3. Ejemplos

1. Escribir una ecuación de la circunferencia de centro $(-1, 2)$ y radio 2.
2. Encontrar el centro y el radio de la circunferencia $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$
3. Encontrar una ecuación de la circunferencia de centro $(1, 2)$ y que pasa por el punto $(2, 1)$.

4. Actividades

1. *a*) Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos $(-1, 5)$ y $(-3, -3)$. Encontrar su ecuación. *Sol.* $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 17$.
   b) Si (x_1, y_1) y (x_2, y_2) son los extremos de un diámetro de una circunferencia, comprobar que su ecuación puede escribirse como $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$.
   c) Comprobar su respuesta en (a) usando (b).
2. Hallar una ecuación de la(s) circunferencia(s) pasa por el origen, tiene radio 2 y su centro esta en la recta $y = 2x$. *Sol.* $(x - \frac{2}{\sqrt{5}})^2 + (y - \frac{2}{\sqrt{5}})^2 = 4$
3. Hallar la circunferencia que pasa por los puntos $(2, 3)$ y $(5, 2)$ sabiendo que su centro esta el la recta $2x - y + 6 = 0$. *Sol.* $(x - 14)^2 + (y - 34)^2 = 1105$.
4. Encontrar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $(2, 5)$ y es tangente a la recta $y = 2x$.
   Sol. $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = \frac{1}{5}$.
5. Encontrar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es $(2, 5)$ y es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$. *Sol.* $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = (\sqrt{29} - 1)^2$.
6. Encontrar, *de dos maneras diferentes*, la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(2, 3)$, $B(1, -1)$ y $C(-3, 1)$. *Sol.* $9x^2 + 9y^2 + 5x - 26y - 49 = 0$.
7. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$, trazadas desde el punto $A(-1, -2)$. *Sol.* $y + 2 = -\frac{24}{7}(x + 1), \quad y = -2$
8. ¿En qué puntos se cortan la recta $x + y - 5 = 0$ con la circunferencia centrada en el origen y de radio $\sqrt{13}$? *Sol.* $(2, 3)$, $(3, 2)$.
9. Calcular, en caso que existan, los puntos de intersección entre los siguientes pares de circunferencias:
   a) $C_1 : x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$ y $C_2 : x^2 + y^2 - 6x - 8y + 11 = 0$
   b) C_1 y $C_3 : x^2 + y^2 - 6x - 6y + 21 = 0$

   Sol. a) $(3, 2)$ y $(1, 4)$ b) No se intersectan.